МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ДАГЕСТАН
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ РЕСПУБЛИКИ ДАГЕСТАН
«УЧИЛИЩЕ ОЛИМПИЙСКОГО РЕЗЕРВА «ТРИУМФ»

СОГЛАСОВАНО Директор ГБУ РД «СШОР им. Ш.Умаханова» __________Умаханов И.А «30» августа 2022г.	УТВЕРЖДАЮ Директор ГБПОУ РД УОР «Триумф» __________Бамматгереев Д.А. «__» ________ 2022г

Фонды оценочных средств

по учебной дисциплине
ЕН.01 Математика

Специальность: 49.02.01 Физическая культура
Квалификация: Педагог по физической культуре и спорту

Хасавюрт, 2022г.

Составитель: Канбулатова А.И.преподаватель дисциплин естественно-научного цикла ГБПОУ РД « Училище олимпийского резерва «Триумф»

Фонды оценочных средств рассмотрены на заседании ПЦК ГБПОУ РД «Училище олимпийского резерва «Триумф» для применения в учебном процессе.

I. ПАСПОРТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонды оценочных средств предназначены для проверки результатов обучения по учебной дисциплине ЕН.01 «Математика» входит в профессиональную подготовку математического и общего естественнонаучного цикла; изучается в 4 семестре.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)
У1 применять математические методы для решения профессиональных задач;
У2 решать комбинаторные задачи, находить вероятность событий;
У3 выполнять приближенные вычисления;
У4 проводить элементарную статистическую обработку информации и результатов исследований, представлять полученные данные графически;
У5 анализировать результаты измерения величин с допустимой погрешностью, представлять их графически;
З1 понятие множества, отношения между множествами, операции над ними;
З2 основные комбинаторные конфигурации;
З3 способы вычисления вероятности событий;
З4 понятие приближенной скалярной величины, процесс ее измерения;
З5 способы обоснования истинности высказываний;
З6 стандартные единицы величин соотношения между ними;
З7 правила приближенных вычислений и нахождение процентного отношения;
З8 методы математической статистики;

3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля

Наименование элемента умений или знаний	**Виды аттестации**	
	Текущий контроль	*Промежуточная аттестация*
− умение применять математические методы для решения профессиональных задач	Пр.р.	Тестовые задания
− умение анализировать результаты измерения величин с допустимой погрешностью, представлять их графически	Пр.р., конспект	
− знать правила приближенных вычислений и уметь их выполнять	Пр.р., конспект	Тестовые задания
− знать методы математической статистики и уметь проводить элементарную статистическую обработку информации и результатов исследований, представлять полученные данные графически	Пр.р.	Тестовые задания
− знать основные комбинаторные конфигурации и уметь решать комбинаторные задачи	Пр.р., реферат	Тестовые задания
− знать понятие множества, отношения между множествами, операции над ними	Пр.р., решение задач	Тестовые задания
− знать способы вычисления вероятности событий и уметь находить вероятность событий	Пр.р., реферат	Тестовые задания
− знать способы обоснования истинности высказываний	Пр.р., конспект	Тестовые задания
− знать понятия положительной скалярной величины, процесс ее измерения	Пр.р., реферат	Тестовые задания
− знать стандартные единицы величин и соотношения между ними	Пр.р., реферат	Тестовые задания

. 4. Распределение типов контрольных заданий по элементам знаний и умений.

Содержание учебного материала	**Тип контрольного задания**												
	З1	З2	З3	З4	З5	З6	З7	З8	У1	У2	У3	У4	У5
Тема 1.1. Правила приближенных вычислений.						*практ, реферат*	*практ, конспект*				*практ, конспект*	*практ*	*практ, конспект*
Тема 2.1. Понятие множества	*практ*												
Тема 2.2. Операции над множествами	*практ*												
Тема 3.1.Элементы линейной алгебры	*практ*												
Тема 4.Элементы аналитической геометрии													
Тема 5.Основы математического анализа													
Тема 6.Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной													
Тема 7.1. Высказывания и логические операции над ними					*практ, конспект*								
Тема 7.2 Элементы теории вероятностей.			*практ, реферат*										
Тема 81 Элементы комбинаторики		*практ, реферат*								*практ*			
Тема 8.2. Элементы статистики**.**	*практ*							*практ*	*практ*				

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1.

Тема: Приближенные вычисления

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению приближенных вычислений, определению абсолютной и относительной погрешности.

Теоритическое обоснование:

Приближенные вычисления с помощью правил подсчета цифр

I. При сложении и вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в приближенном, данном с наименьшим числом десятичных знаков.

Пример. Найти сумму приближенных чисел 127,42; 67,3; 0,12 и 3,03.

Решение: $127,42 + 67,3 + 0,12 + 3,03 = 197,87 \approx 197,9$

Пример. Найти разность чисел: $418,7 - 39,832 = 378,868 \approx 378,9$

II. При умножении и делении приближенных чисел в произведении надо сохранить столько значащих цифр, сколько их есть в данном числе с наименьшим количеством значащих цифр.

Пример. Умножить приближенные числа 3,4 и 12,32.

Решение: $3,4 \times 12,32 = 41,888 \approx 42$

Задача. Площадь прямоугольной грядки приближенно равна 7,6 кв. м, ширина -2,38 м. Чему равна ее длина?

Решение. Длина грядки равна частному от деления 7,6 на 2,38.

Действие деления выполняют так: $7,60 : 2,38 = 3,19 \approx 3,2$(м)

Последнюю цифру частного 9 можно было и не писать, а, получив в частном две значащие цифры, заметив, что остаток больший половины делителя, округлить частное с избытком.

III. При возведении приближенных чисел в квадрат, и куб в результате сохраняется столько значащих цифр, сколько их в основании.

Примеры.

$2,3^2 = 5,29 \approx 5,3$;

$0,8^3 = 0,512 \approx 0,5$.

IV. В промежуточных результатах следует брать одной цифрой больше, чем рекомендуют предыдущие правила.

V. Если некоторые данные имеют больше десятичных знаков (при действиях первой ступени) или больше значащих цифр (при действиях II и III ступеней), чем другие, то их предварительно следует округлить, сохраняя лишь одну запасную цифру.

VI. Если данные можно брать с произвольной точностью, то для получения результата с k цифрами данные следует брать с таким числом цифр, которое дает согласно правилам I - IV $k + 1$ цифру в результате.

3. Применение правил. Применение вычислений способом подсчета цифр рассмотрим на примере.

Пример. Найти значение $x = \frac{(a-b)c}{a+b}$, если $a \approx 9{,}31$, $b \approx 3{,}1$, $c \approx 2{,}33$.

Решение.

$a - b = 9{,}31 - 3{,}1 = 6{,}21$;

$(a - b)c = 6{,}21 \cdot 2{,}33 \approx 14{,}5$;

$a + b = 9{,}31 + 3{,}1 = 12{,}4$;

$x = 14{,}5 : 12{,}4 \approx 1{,}2$.

Ответ. $x \approx 1{,}2$.

Примечание. Сформулированные выше правила подсчета цифр имеют вероятностный смысл: они наиболее вероятны, хотя существуют примеры, не удовлетворяющие этим правилам. Поэтому вычисления способом подсчета цифр - самый грубый способ оценки погрешности результатов действий. Однако он очень прост и удобен, а точность таких вычислений вполне достаточна для большинства технических расчетов. Поэтому этот способ широко распространен в вычислительной практике.

В более ответственных вычислениях пользуются способом границ или способом граничных погрешностей.

Текст задания

1. 1) Площадь океанов равна:

Тихого........................ ..179 679 тыс. кв. км

Атлантического............93 363 тыс. кв. км

Индийского ....74 917 тыс. кв. км

Северного Ледовитого..13 100 тыс. кв. км

Вычислить общую площадь этих океанов в миллионах квадратных километров, округлив данные в условии числа.

2) Округлить до тысяч следующие числа: 10 834 650; 4 354 160; 4 793 500; 6 381 480. Вычислить погрешность, допущенную при округлении.

3) Округлить до целых единиц следующие дробные числа: 228,7; 142,61; 374,4; 92,5; 93,5; $7^2/_3$; $4^1/_5$. Вычислить погрешность, допущенную при округлении.

4) Округлить до десятых долей следующие дробные числа: 12,39; 87,15; 279,68; 156,44; 60,52; 3,25; 1,408. Вычислить погрешность, допущенную при округлении.

2.1) Вычислить приближённые частные с точностью до целой единицы:

15139 : 25; 78,66 : 0,13; 78,66 : 0,013.

2) Вычислить приближённые частные с точностью до 0,1:

14 : 3; 5,4 : 1,7; 15,4 : 4.

3) Вычислить приближённые частные с точностью до 0,01 :

417 : 35; 17,51 : 6; 2,25 : 0,07; 39,5 :1,3.

3. Сколько квадратных километров площади приходится на одного жителя каждой из указанных частей света, если:

в Азии на 43 883 тыс. кв. км площади приходится 1 535 000 тыс. человек,
в Африке на 30 284 тыс. кв. км площади приходится и 224 000 тыс. человек,
в Европе на 10 498 тыс. кв. км площади приходится 569 000 тыс. человек.
Вычисления произвести с точностью до 0,01 кв. км.

4. Древнегреческий учёный Архимед установил, что отношение длины окружности к её диаметру больше числа $3^{10}/_{71}$ и меньше $3^{1}/_{7}$. Вычислить значения этих дробей с точностью до 0,01.

5. Выразить приближённо десятичной дробью число $5^{2}/_{7}$ с тремя верными цифрами. Вычислить абсолютную погрешность полученного приближённого значения.

6. Сравним время на стенных и ручных часах. Пусть стенные часы показывают 2 часа 14 мин. (пополудни). Можно ли считать цифру 4 верной?

Пусть ручные часы в тот же момент показали 2 часа 13 мин. 15 сек. Можно ли считать цифру 5 верной? При решении задачи предполагается, что те и другие часы правильны.

7. 1) Одна из старых русских мер длины—аршин (1 аршин ≈ 71,12 см) выражала приближённо длину шага взрослого человека. Если принять 1 аршин приближённо за 71 см, то какова получится абсолютная погрешность? (Значение 71,12 см при решении задачи примите за точное выражение аршина в метрических мерах.)

2) Одна из старых русских мер веса — пуд — приближённо равна 16,38 кг. Если принять, что 1 пуд ≈ 16,4 кг, то чему равна абсолютная погрешность? (Число 16,38 кг при решении задачи примите за точное выражение пуда в метрических мерах.)

8. Чтобы найти количество зёрен в 1 кг ржи, берут пять проб по 10 г каждую, и подсчитывают в каждой количество зёрен. Пусть при подсчетах получились числа: 308, 336 327, 343 и 316. Подсчитайте среднее количество зёрен в 10 г ржи. Установите верные цифры полученного среднего значения. Для проверки верных цифр числа зёрен в 10 г ржи вычислите разность между значениями каждой пробы и найденным средним. Найдите среднее арифметическое этих разностей и по цифре старшего разряда его проверьте правильность взятых верных цифр в среднем значении числа зёрен в 10 кг ржи. Чему считается равной в данном случае абсолютная погрешность результата? Сколько зёрен ржи содержится в 1 кг ржи?

9. Ученик решил подсчитать число шагов, которое он делает на пути из дома в школу. Один раз он насчитал 950 шагов, другой 938 и в третий—965 шагов. Найдите среднее арифметическое этих чисел. Вычислите разность между каждым значением слагаемых и средним. Найдите среднее арифметическое вычисленных разностей. Укажите верные цифры приближённого значения числа шагов.

Контрольные вопросы.

1. Понятие действительного числа.
2. Что называют абсолютной погрешностью приближенного значения величины?
3. Что называют относительной погрешностью приближенного значения величины?
4. Правила округления приближенных чисел.
5. Какие измерения можно выполнять с помощью штангенциркуля?

Литература:

1. Лапчик М.П. Элементы численных методов: учебник для студ. сред. проф. образования М.:Издательский центр» Академия 2007
2. Бахвалов Н.С. , Жидков Н.П. Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – С.35-75.
3. Плотников А.Д. Численные методы Минск ООО «Новое знание» 2007
4. Поршнев С.В., Беленкова И.В. Численные методы на базе Mathcad. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 464 с.:ил.

Практическая работа №2 «Анализ результатов измерения величин с допустимой погрешностью»

Цель работы: закрепление практических навыков решения задач на анализ результатов измерения величин с допустимой погрешностью, представление их графически.

Ход работы:
1)повторение теоретического материала;
2)выполнение заданий;
3)вывод.
1.Краткое содержание теоретического материала.
Действия над приближенными числами
При решении задач, связанных с вычислениями, получаются числовые результаты, которые часто не являются точными, т.к. при постановке задачи и в ходе вычислений возникают погрешности.
Источниками погрешностей являются:
1) погрешности исходных данных;
2) погрешности округления промежуточных и окончательных результатов;
3) погрешности приближенного метода решения задачи.
При выполнении действий над приближенными числами надо:
1) зная точность исходных данных, уметь оценивать точность результата;
2) брать исходные данные с такой точностью, чтобы обеспечить заданную точность результата.
Погрешности приближенных чисел
Пусть число x является точным значением, а число a - приближенным значением некоторой величины.
Определение. Разность между числом x и его приближенным значением a называется абсолютной погрешностью приближенного числа a: $\Delta = |x-a|$.
Пример
Пусть x=10,5, a=10, тогда Δ=10,5-10=0,5.
Пусть x=9,5, a=10, тогда Δ=9,5-10=-0,5.
$\Delta a = |x-a|$
Пусть x=10,5, a=10, тогда Δa =|10,5-10|=0,5.
Пусть x=9,5, a=10, тогда Δa=|9,5-10|=0,5.
Часто точное число x неизвестно. Тогда нельзя найти $\Delta a = |x-a|$, поэтому используют оценку абсолютной погрешности - предельную абсолютную погрешность (границу) $\Delta a \geq \Delta a = |x-a|$. При этом число x заключено в границах:
a - Δa x   a +Δa или кратко: $x = a \pm \Delta a$.
Читают: x равно a с точностью Δa.
Для того, чтобы определить качество производимых вычислений, надо определить, какую долю составляет абсолютная погрешность от измеряемой величины. Для этого используют относительную погрешность.
Определение. Относительной погрешностью δa приближенного числа a называется отношение абсолютной погрешности Δa к модулю числа x :
или .
Пример. Дано число x=0,4287 и его приближенное значение a=0,4264. Найти абсолютную и относительную погрешности числа a.
Решение. Вычислим абсолютную погрешность числа a:
Δa=|0,4287- 0,4264| = 0,0023.
Вычислим относительную погрешность числа a:
или 0,54%.
Замечания.1. При записи погрешности принято оставлять 1-2 значащих цифры. Погрешности всегда округляют в сторону увеличения. При этом границы точного числа x расширяются.
2. Если точное число x неизвестно, то при нахождении относительной погрешности используют его приближённое значение a.
3. Относительную погрешность часто выражают в процентах, домножая ее на 100%.
Значащие и верные цифры приближенного числа

Для оценки точности приближенного числа a принято записывать его в виде десятичной дроби. Точность вычислений определяется не числом десятичных знаков (цифр после запятой), а числом верных значащих цифр результата.
Определение. Значащими цифрами числа a называются все его цифры, кроме нулей, записанных перед первой цифрой, отличной от нуля, и нули в конце записи, если они служат для сохранения разряда или точности числа.
Пример. Определить значащие цифры числа a.
a = 0,02701 => значащие цифры: 2,7,0,1.
a = 0,0270 => значащие цифры: 2,7,0.
a = 2700 => значащие цифры: 2,7,0,0.
Определение. Цифра αi приближенного числа a называется верной значащей цифрой в широком смысле (в строгом смысле), если предельная абсолютная погрешность числа a не превышает единицы (половины единицы) разряда, в котором записана цифра αi : Δa   10i (Δa   0,5·10i).
Пример. Определить верные цифры приближенного числа a=0,7264, если абсолютная погрешность Δa=0,0023.
Решение. Абсолютная погрешность Δa=0,0023   0,005 = 0,5·10-2. Следовательно, цифры 7 и 2 - верные в строгом смысле, цифры 6 и 4 – сомнительные. Так как Δa   = 0,0023 < 0,01 = 10-2, то цифры 7 и 2 являются верными и в широком смысле.
Замечания.1. В математических таблицах все значащие цифры являются верными в строгом смысле.
2. В окончательном результате принято оставлять только верные цифры. Тогда предельная абсолютная погрешность числа a определяется по единице младшего разряда. Например, пусть a=127,38, тогда Δa=0,01, если все цифры являются верными в широком смысле, и Δa= 0,5· 0,01 = 0,005, если все цифры являются верными в узком смысле.
Пример. Определить, какое равенство точнее 13/19=0,684 или =7,21?
Решение. Обозначим a =0,684, в =7,21. Найдем абсолютные погрешности этих чисел. Для этого возьмем 13/19 и с большим числом десятичных знаков: 13/39=0,68421..., в=7,2111...
Тогда Δa=|0,68421...-0,684| < 0,00022, Δв= |7,2111...-7,21| < 0,0012.
Найдем относительные погрешности:
 или 0,033%.
 или 0,017%.
Второе равенство более точное, так как .
Округление чисел
В приближенных вычислениях часто приходится округлять числа как приближенные, так и точные, т. е. отбрасывать одну или несколько последних цифр. При округлении числа мы заменяем его приближенным числом с меньшим количеством значащих цифр, в результате чего возникает погрешность округления. Чтобы эта погрешность была минимальной, нужно придер¬живаться некоторых правил округления.
Правило I. Если первая слева из отбрасываемых цифр больше 5, то последняя из сохраняемых цифр усиливается, т.е. увеличивается на единицу. Усиление производится и тогда, когда первая слева из от¬брасываемых цифр равна 5, а за ней следуют отличные от нуля цифры.
Пример. Округляя до десятых долей число 73,473, получим 73,5. Послед¬няя из оставшихся цифр усилена, так как 7 > 5.
Правило II. Если первая из отброшенных цифр меньше 5, то последняя из оставшихся цифр не усиливается, т. е. остается без изменения.
Пример. Округляя до сотых долей число 73,473, получим 73,47.
Правило III. Если первая слева из отброшенных цифр равна 5 и за ней не следуют отличные от нуля цифры, то последняя оставшаяся цифра усиливается, если она нечетная, и остается без изменения, если она четная (правило четной цифры).
Пример. Округляя число 5,785 до сотых долей, получаем 5,78. Усиления не делаем, так как последняя сохраняемая цифра 8 — четная. Округляя число 5,775 до второго десятичного знака, имеем 5,78. Последняя сохраняемая цифра 7 увеличивается на единицу, поскольку она нечетная.
При применении правила III к округлению одного числа мы фак¬тически не увеличиваем точность вычислений, однако при многочис¬ленных округлениях избыточные числа встречаются примерно так же часто, как и недостаточные. Происходит взаимная компенсация погрешностей, результат оказывается более точным.
Таким образом, при применении выше рассмотренных правил округления абсолютная погрешность округления не превосходит половины единицы разряда, определяемого последней оставленной значащей цифрой.

Если точное число x округляется до n значащих цифр, то получаемое приближенное число a имеет абсолютную погрешность, равную погрешности округления. В этом случае приближенное число a имеет n верных значащих цифр в узком смысле.
Пример. Округляя число x=26,837 до трех значащих цифр, получим a =26,8, откуда $\Delta a = |x — a| = |26{,}837 — 26{,}8| = 0{,}037 < 0{,}05$, т. е. число a имеет три верные значащие цифры в узком смысле.
При округлении приближенного числа a получаем новое приближенное число

1. **Самостоятельное решение:**

Вариант 1

1. Вычислите сумму $a = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ взяв приближенные значения корней с точностью до 0,001.
2. Найти сумму приближенных значений чисел: x = 6,8 ±0,05 , y = 4,3 ± 0,05 и вычислить границу относительной погрешности.

3. Вычислить $\left(12\frac{5}{12} + 1\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4}\right) : \left(2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - \frac{7}{9}\right)$

Вариант 2

1.Вычислите разность $a = \sqrt{11} - \sqrt{7}$ взяв приближенные значения корней с точностью до 0,001.
2..Найти сумму приближенных значений чисел: x = 3,575 ±0,0005 , y = 4,3 ± 0,05 и вычислить границу относительной погрешности.

3. Вычислить $48\frac{3}{5} : 6\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{12} - 2\frac{5}{6} + 1\frac{75}{94} \cdot \left(1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - 13 : 26\right)$

Вариант 3

1.В результате измерений получили приближенное значение величины x = 44.6 ±0.8. Найти границу её относительной погрешности.
2..Найти сумму приближенных значений чисел: x = 6.54 ±0,005 , y = 16,022 ± 0,0005 и вычислить границу относительной погрешности.

3. Вычислить $13\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} + 16\frac{1}{2} \cdot 1\frac{5}{11} + 19\frac{1}{4} : \frac{4}{25}$

Вариант 4

1. Граница абсолютной погрешности приближенного значения 386 числа x равна ±0,5. Укажите границы, в которых заключено число x.
2..Найти сумму приближенных значений чисел: x = 1,9646 ±0,00005 , y = 16,022 ± 0,0005 и вычислить границу относительной погрешности.

3.Вычислить $\left(\frac{5}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} - 1\right) : \left(1 - \frac{7}{8} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{14}\right)$

3. Сделать вывод

Практическая работа №3 Анализ результатов измерения величин с допустимой погрешностью, представление их графически.

Тема: «нахождение процентного соотношения, составление пропорций».
Цель: Уметь находить процент при решении практических задач

Ход работы:
1)повторение теоретического материала;
2)выполнение заданий;
3)вывод.

1.Краткое содержание теоретического материала.

Пропорцией называется равенство двух отношений вида $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} (a : b = c : d)$. Основное свойство пропорции: $ad = bc$.

Из пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ следует $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$; $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$; $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$; $a = \frac{bc}{d}$.

Процентом называется сотая часть числа a. Число b составляет $p\%$ от числа a, если

$$b = \frac{a}{100} \cdot p$$

1) Выразите в виде дроби: а) 5%; б) 20%; в) 72%; г) 100%; д) 200%; е) 7,5%;ж) 0,75%.

2) Найдите процентное отношение чисел: а) 1 к 4; б) 3 к 5; в) 5 к 2; г) 12,5 к 50; д) 3,2 к 1,28

3) Найдите: а) 4% от 75; б) 15% от 84 кг; в) 160% от 82 руб.

4) Найдите числи, если; а) 40% его равны 12;б) 1.25% его равны 55 в) 0,8% его равны 1,84; г) 15% его равны 1 руб. 35 коп

5) Найдите х, если: а) 7%*х=182; б) 60%*х= 32; в)7,5*х =3,3; г) 2,5%*х = 0,15; д) 0,8%*х= 1,2; е) 10,75%*х= 8,6.

6) Мясо при варке теряет 35% своей массы. Сколько получится вареного мяса из 2кг сырого? Сколько потребуется сырого мяса для получения 2,6 кг вареного?

7) Является ли верной пропорция 3,75:10,4 = $3\frac{11}{}$: $10\frac{2}{}$?

8) Найдите неизвестный член пропорции 0,3х:з$\frac{1}{}$ = 6:1,5.

Пропорцией называется равенство двух отношений вида $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $(a : b = c : d)$. Основное свойство пропорции: $ad = bc$.

Из пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ следует $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$; $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$; $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$; $a = \frac{bc}{d}$.

Процентом называется сотая часть числа a. Число b составляет $p\%$ от числа a, если

$$b = \frac{a}{100} \cdot p$$

1) Выразите в виде дроби: а) 5%; б) 20%; в) 72%; г) 100%; д) 200%; е) 7,5%;ж) 0,75%.

2) Найдите процентное отношение чисел: а) 1 к 4; б) 3 к 5; в) 5 к 2; г) 12,5 к 50; д) 3,2 к 1,28

3) Найдите: а) 4% от 75; б) 15% от 84 кг; в) 160% от 82 руб.

4) Найдите числи, если; а) 40% его равны 12;б) 1.25% его равны 55 в) 0,8% его равны 1,84; г) 15% его равны 1 руб. 35 коп

5) Найдите х, если: а) 7%*х=182; б) 60%*х= 32; в)7,5*х =3,3; г) 2,5%*х = 0,15; д) 0,8%*х= 1,2; е) 10,75%*х= 8,6.

6) Мясо при варке теряет 35% своей массы. Сколько получится вареного мяса из 2кг сырого? Сколько потребуется сырого мяса для получения 2,6 кг вареного?

7) Является ли верной пропорция 3,75:10,4 = $3\frac{11}{}$: $10\frac{2}{}$?

8) Найдите неизвестный член пропорции 0,3х:з$\frac{1}{}$ = 6:1,5.

3. сделать вывод

Практическая работа №4 «Пересечение, объединение и разность множеств, дополнение подмножества. Законы операций и их иллюстрация при помощи кругов Эйлера.. Множества и операции над ними»

1.Краткое содержание теоретического материала.

Вопросы к изучению
Понятие множества и элемента множества.
Пустое множество. Способы задания множеств.
Отношения между множествами: включение, равенство, пересечение. Подмножество.
Изображение отношений между множествами при помощи кругов Эйлера.

Основные понятия

- множество;
- элемент множества;
- характеристическое свойство элементов множества;
- подмножество;
- равные множества.
- Обозначения
- $a \in A$ – «а принадлежит множеству А»;
- $b \notin A$ - «b не принадлежит множеству А»;
- $A = \{1, 2, 3, 4\}$ - запись множества А путем перечисления всех его элементов;
- $A = \{ x \mid x \in N$ и $x > 5\}$ - запись множества А путем указания характеристического свойства его элементов;
- $A \subset B$ - «А – подмножество В»;
- $A = B$ – «Множества А и В равны».

Практическая часть

<u>Обязательные задания</u>

1. Назовите три элемента множества: а) учебных предметов, изучаемых на 1 курсе; б) четных натуральных чисел; в) четырехугольников.
2. В – множество четных чисел. Зная это, запишите с помощью символов следующие предложения: 1) число 20 четное; 2) число 17 не является четным.
3. Запишите, используя символы: а) Число 14 – натуральное; б) Число – 7 не является натуральным; в) Число 0 – рациональное; г) $\sqrt{7}$ - число действительное.
4. Даны числа: 325, 0, - 17, -3,8, 7. Установите, какие из них принадлежат множеству: 1) натуральных чисел; 2) целых чисел; 3) рациональных чисел; 4) действительных чисел.
5. Прочитайте следующие высказывания и укажите среди них истинные: 1) $100 \in N$; 2) $-8 \in Z$; 3) $-8 \notin N$; 4) $5{,}36 \in Q$; 5) $102 \notin R$; 6) $\sqrt{2} \in Q$; 7) $-7 \in R$; 8) $\frac{3}{4} \in N$; 9) $0 \in Z$.
6. Р – множество натуральных чисел, больших 7 и меньше 14. Выясните, какие из чисел 13, 10, 5, 7, 14 ему принадлежат, а какие не принадлежат. Ответ запишите, используя знаки $\in$ и $\notin$.
7. А – множество решений уравнения $x^2 + 1 = 0$. Верно ли, что А – пустое множество? Приведите примеры уравнения, множество решений которого состоит из: а) одного элемента; б) двух элементов; в) трех элементов.
8. Запишите с помощью знака равенства и фигурных скобок предложения: 1) Х – множество чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5; 2) У - множество букв в слове «математика».
9. Множество С состоит из квадрата, круга и треугольника. Принадлежит ли этому множеству диагональ квадрата?
10. Перечислите элементы следующих множеств: А – множество нечетных однозначных чисел; В - множество натуральных чисел, не меньших 5; С – множество двузначных чисел, делящихся на 10.

11. Укажите характеристическое свойство элементов множества: а) {а, е, е, и, о, у, э, ю, я, ы}; б) {23, 22, 21, 20, 19, 18, 17, 16, 15 }; в) {11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99}.

12. Изобразите на координатной прямой множество решений неравенства (х- действительное число): 1) $x > 5{,}3$; 2) $x \le -3{,}8$; 3) $-4{,}5 \le x < 4$; 4) $2{,}7 \le x \le 9$.

13. Найдите множество действительных корней уравнения: 1)$3x=x+8$; 2) $3x+5=3(x+1)$; 3) $3(5x+10)=30+15x$; 4) $x(x+16)=0$.

14. А - множество двузначных чисел, запись которых оканчивается цифрой 1. Принадлежит ли этому множеству числа 28, 31, 321, 61?

15. Дано множество А = {5, 10, 15, 25}. Укажите два подмножества, равные множеству А.

16. Известно, что элемент а содержится в множестве А и в множестве В. Следует ли отсюда, что: 1) $A \subset B$; 2) $B \subset A$; 3) $A = B$?

17. Известно, что каждый элемент множества А содержится в множестве В. Верно ли, что тогда: 1) $A \subset B$; 2) $A = B$?

18. Из множества К = {216, 546, 153, 171, 234} выпишите числа, которые: 1) делятся на 3; 2) делятся на 9; 3) не делятся на 4; 4) не делятся на 5. Есть ли среди полученных подмножеств такое, которое равно множеству К?

19. Установите, в каком отношении находятся множества решений неравенств и сами неравенства: 1) $x < 12$ и $x < 10$; 2) $x < 12$ и $x > 15$; 3) $x < 12$ и $x>10$; 4) $x < 12$ и $-3x > -36$.

20. Изобразите при помощи кругов Эйлера отношения между множествами А и В, если: 1) А – множество четных чисел, В – множество чисел, кратных 3; 2) А - множество квадратов, В- множество прямоугольников; 3) А – множество квадратов, В – множество прямоугольных треугольников; 4) А – множество квадратов, В – множество прямоугольников с равными сторонами.

21. Изобразите при помощи кругов Эйлера отношения между множествами А, В и С, если известно, что: 1) $A \subset B$ и $B \subset A$; 2) $A \subset B$, С пересекается с В, но не пересекается с А; 3) А, В и С пересекаются, но ни одно не является подмножеством другого.

3.Сделать вывод.

Практическая работа №5 «Выполнение действий над матрицами»

Цель работы: закрепление практических навыков выполнения действий с матрицами.

Ход работы:

1)повторение теоретического материала;

2)выполнение заданий;

3)вывод.

1.Краткое содержание теоретического материала.

Матрица – это прямоугольная таблица каких-либо элементов. В качестве элементов мы будем рассматривать числа, то есть числовые матрицы.

Обозначение: матрицы обычно обозначают прописными латинскими буквами $A, B, C, \ldots$

Пример: рассмотрим матрицу «два на три»:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -17 \\ -1 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

Когда говорят о размерах матрицы, то сначала указывают количество строк, а только потом – количество столбцов. В рассмотренном примере матрица «два на три».

Если количество строк и столбцов матрицы совпадает, то матрицу называют **квадратной**,

например: $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -5 & 4 & -7 \\ 6 & -4 & -6 \end{pmatrix}$ – матрица «три на три».

Умножение матрицы на число.

Пример:

$$3\cdot\begin{pmatrix}12 & -1\\ 7 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\cdot 12 & 3\cdot(-1)\\ 3\cdot 7 & 3\cdot 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}36 & -3\\ 21 & 0\end{pmatrix}$$

Для того чтобы умножить матрицу на число, нужно каждый элемент матрицы умножить на данное число. В данном случае – на тройку.

Транспонирование матрицы.

Для того чтобы транспонировать матрицу, нужно ее строки записать в столбцы транспонированной матрицы.

<u>Пошаговый пример:</u>

Транспонировать матрицу $B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & -2\\ -5 & 4 & -7\\ 6 & -4 & -6\end{pmatrix}$

Сначала переписываем первую строку в первый столбец:

$$B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & -2\\ -5 & 4 & -7\\ 6 & -4 & -6\end{pmatrix}$$

$$B^T=\begin{pmatrix}-1 & * & *\\ 0 & * & *\\ -2 & * & *\end{pmatrix}$$

Потом переписываем вторую строку во второй столбец:

$$B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & -2\\ -5 & 4 & -7\\ 6 & -4 & -6\end{pmatrix}$$

$$B^T=\begin{pmatrix}-1 & -5 & *\\ 0 & 4 & *\\ -2 & -7 & *\end{pmatrix}$$

И, наконец, переписываем третью строку в третий столбец:

$$B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & -2\\ -5 & 4 & -7\\ 6 & -4 & -6\end{pmatrix}$$

$$B^T=\begin{pmatrix}-1 & -5 & 6\\ 0 & 4 & -4\\ -2 & -7 & -6\end{pmatrix}$$

Грубо говоря, транспонировать – это значит повернуть матрицу набок.

Сумма (разность) матриц.

Для выполнения сложения (вычитания) матриц, необходимо, чтобы они были одинаковыми по размеру.

Пример:

Сложить матрицы $F=\begin{pmatrix}12 & -1\\ -5 & 0\end{pmatrix}$ и $G=\begin{pmatrix}-4 & -3\\ 15 & 7\end{pmatrix}$

Для того чтобы сложить матрицы, необходимо сложить их соответствующие элементы**:**

$$F+G=\begin{pmatrix}12 & -1\\ -5 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4 & -3\\ 15 & 7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12+(-4) & -1+(-3)\\ -5+15 & 0+7\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}12-4 & -1-3)\\ -5+15 & 0+7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & -4\\ 10 & 7\end{pmatrix}$$

Для разности матриц правило аналогичное, необходимо найти разность соответствующих элементов.

Пример:

Найти разность матриц $A=\begin{pmatrix}3 & 5 & -17\\ -1 & 0 & 10\end{pmatrix}$, $H=\begin{pmatrix}-4 & 3 & -15\\ -5 & -7 & 0\end{pmatrix}$

$$A-H=\begin{pmatrix}3 & 5 & -17\\ -1 & 0 & 10\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-4 & 3 & -15\\ -5 & -7 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3-(-4) & 5-3 & -17-(-15)\\ -1-(-5) & 0-(-7) & 10-0\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}3+4 & 5-3 & -17+15\\ -1+5 & 0+7 & 10-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 2 & -2\\ 4 & 7 & 10\end{pmatrix}$$

Умножение матриц.

Чтобы матрицу K можно было умножить на матрицу L нужно, чтобы число столбцов матрицы K равнялось числу строк матрицы L.

Пример:

Умножить матрицу $K=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 5 & 4\end{pmatrix}$ на матрицу $L=\begin{pmatrix}3\\ -1\end{pmatrix}$

Применим формулу :

$$\begin{pmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}c_1\\ c_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1c_1+b_1c_2\\ a_2c_1+b_2c_2\end{pmatrix}.$$

$$KL=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 5 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\ -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\cdot 3+1\cdot(-1)\\ 5\cdot 3+4\cdot(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7\\ 11\end{pmatrix}$$

Пример:

Умножить матрицу $M=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 4 & -6\end{pmatrix}$ на матрицу $N=\begin{pmatrix}9 & -6\\ 6 & -4\end{pmatrix}$

Формула: $\begin{pmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}c_1 & d_1\\ c_2 & d_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1c_1+b_1c_2 & a_1d_1+b_1d_2\\ a_2c_1+b_2c_2 & a_2d_1+b_2d_2\end{pmatrix}$

$$MN=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 4 & -6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}9 & -6\\ 6 & -4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 9-3\cdot 6 & 2\cdot(-6)-3\cdot(-4)\\ 4\cdot 9-6\cdot 6 & 4\cdot(-6)-6\cdot(-4)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

В результате получена так называемая нулевая матрица.

Переходим к матрицам третьего порядка:

Умножить матрицу $P=\begin{pmatrix}5 & 8 & -4\\ 6 & 9 & -5\\ 4 & 7 & -3\end{pmatrix}$ на матрицу $R=\begin{pmatrix}2\\ -3\\ 1\end{pmatrix}$

Формула очень похожа на предыдущие формулы:

$$\begin{pmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}d_1\\ d_2\\ d_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1d_1+b_1d_2+c_1d_3\\ a_2d_1+b_2d_2+c_2d_3\\ a_3d_1+b_3d_2+c_3d_3\end{pmatrix}$$

$$PR=\begin{pmatrix}5 & 8 & -4\\ 6 & 9 & -5\\ 4 & 7 & -3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2\\ -3\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\cdot 2+8\cdot(-3)-4\cdot 1\\ 6\cdot 2+9\cdot(-3)-5\cdot 1\\ 4\cdot 2+7\cdot(-3)-3\cdot 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-18\\ -20\\ -16\end{pmatrix}$$

2.Самостоятельное выполнение задания.
Даны две матрицы A и B
1 вариант
A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
2 вариант
A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -5 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$
Найти: 1) A+2B, 2) AB, 3) A^{-1} с проверкой.

3.Вывод практического занятия.

Практическая работа №6 «Вычисление определителей»

Цель работы: закрепление практических навыков выполнения действий с матрицами.
Ход работы:
1)повторение теоретического материала;
2)выполнение заданий;
3)вывод.

1.Краткое содержание теоретического материала.

Число $|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$ (1) называют **определителем матрицы** размерностью n строк и n столбцов.

Определитель второго порядка есть число, получаемое следующим образом:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}, \quad (2)$$

Определитель третьего порядка – это число, получаемое так:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - \quad (3)$$

$-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}$

Запомнить эту формулу трудно. Однако существует простое правило, называемое правилом треугольников, которое позволяет легко воспроизвести выражение (3). Обозначая элементы определителя точками, соединим отрезками прямой те из них, которые дают произведения элементов определителя (рис. 1).

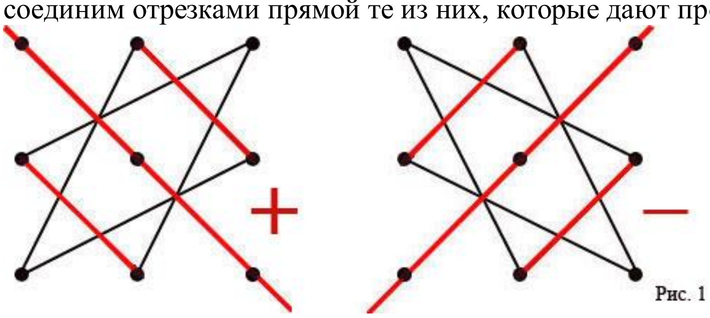


Рис. 1

Формула (3) показывает, что со своими знаками берутся произведения элементов главной диагонали, а также элементов, расположенных в вершинах двух треугольников, основания которых ей параллельны; с противоположными – произведения элементов побочной диагонали, а также элементов, расположенных в вершинах двух треугольников, которые ей параллельны.

Пример . Вычислить определитель третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

Решение. Пользуясь правилом треугольников, получим

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 \bullet 2 \bullet 4 + 1 \bullet 3 \bullet 2 + (-2) \bullet (-1) \bullet 3 - (-2) \bullet 2 \bullet 2 - 1 \bullet (-1) \bullet 4 - 0 \bullet 3 \bullet 3 = 24.$$

Определитель можно вычислить способом разложения по элементам первой строки. Этот способ будет рассмотрен в следующем примере.

Пример:

Найти **обратную матрицу** для матрицы $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

Обратную матрицу найдем по формуле: $B^{-1} = \dfrac{1}{|B|} \cdot B_*^T$, где B_*^T – транспонированная матрица алгебраических дополнений соответствующих элементов матрицы B.

1) Находим определитель матрицы.

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} - 5 \cdot \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} + 7 \cdot \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-9 + 8) - 5 \cdot (-18 - 20) + 7 \cdot (-12 - 15) = -2 + 190 - 189 = -1$$

Здесь определитель вычислен способом разложения по элементам первой строки.

Также не забываем, что $|B| = -1 \neq 0$, а значит, обратная матрица существует**.**

2) Находим матрицу миноров M.

$$M = \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

размерность «три на три» , и нам нужно найти девять чисел.

Подробно рассмотрим парочку миноров:

Рассмотрим следующий элемент матрицы:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

МЫСЛЕННО вычеркиваем строку и столбец, в котором находится данный элемент:

$$B = \begin{pmatrix} \cancel{2} & \cancel{5} & \cancel{7} \\ \cancel{6} & 3 & 4 \\ \cancel{5} & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

Оставшиеся четыре числа записываем в определитель «два на два»

$$B = \begin{pmatrix} \cancel{2} & \cancel{5} & \cancel{7} \\ \cancel{6} & 3 & 4 \\ \cancel{5} & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{vmatrix}$$

Этот определитель «два на два» и **является минором данного элемента**. Его нужно вычислить:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 3\cdot(-3) - (-2)\cdot 4 = -9 + 8 = -1$$

Всё, минор найден, записываем его в нашу матрицу миноров:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 3\cdot(-3) - (-2)\cdot 4 = -9 + 8 = -1$$

$$M = \begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

Как вы, наверное, догадались, необходимо вычислить девять определителей «два на два». Ну и для закрепления – нахождение еще одного минора в картинках:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 2\cdot 4 - 6\cdot 7 = 8 - 42 = -34$$

$$M = \begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & -34 & * \end{pmatrix}$$

Остальные миноры попробуйте вычислить самостоятельно.

Окончательный результат:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & -38 & -27 \\ -1 & -41 & -29 \\ -1 & -34 & -24 \end{pmatrix}$$ – матрица миноров соответствующих элементов матрицы B.

То, что все миноры получились отрицательными – чистая случайность.

3) Находим матрицу алгебраических дополнений B_*.

В матрице миноров необходимо **СМЕНИТЬ ЗНАКИ** строго у следующих элементов:

$$M = \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

В данном случае:

$$B_* = \begin{pmatrix} -1 & 38 & -27 \\ 1 & -41 & 29 \\ -1 & 34 & -24 \end{pmatrix}$$ – матрица алгебраических дополнений соответствующих элементов матрицы B.

4) Находим транспонированную матрицу алгебраических дополнений B_*^T.

$$B_*^T = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 38 & -41 & 34 \\ -27 & 29 & -24 \end{pmatrix}$$ – транспонированная матрица алгебраических дополнений соответствующих элементов матрицы B.

5) Ответ:

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \cdot B_*^T = \frac{1}{-1} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 38 & -41 & 34 \\ -27 & 29 & -24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{pmatrix}$$

Проверка:

$$BB^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 1+5\cdot(-38)+7\cdot 27 & 2\cdot(-1)+5\cdot 41+7\cdot(-29) & 2\cdot 1+5\cdot(-34)+7\cdot 24 \\ 6\cdot 1+3\cdot(-38)+4\cdot 27 & 6\cdot(-1)+3\cdot 41+4\cdot(-29) & 6\cdot 1+3\cdot(-34)+4\cdot 24 \\ 5\cdot 1-2\cdot(-38)-3\cdot 27 & 5\cdot(-1)-2\cdot 41-3\cdot(-29) & 5\cdot 1-2\cdot(-34)-3\cdot 24 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

Таким образом, **обратная матрица** найдена правильно.

2.Самостоятельное выполнение задания.

Даны две матрицы А и В. Вычислить определители матрицы А по правилу треугольника, определитель матрицы В методом разложния по элементам строки или столбца.

1 вариант

$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

2 вариант

$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -5 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

3. Сделать вывод.

Практическая работа №7 «Решение систем линейных уравнений»

Цель работы: закрепление практических навыков решения систем трёх линейных уравнений с тремя неизвестными.

Ход работы:

1)повторение теоретического материала;

2)выполнение заданий;

3)вывод.

1.Краткое содержание теоретического материала.

ПРАВИЛО КРАМЕРА

Рассмотрим систему 3-х линейных уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

Определитель третьего порядка, соответствующий матрице системы, т.е. составленный из коэффициентов при неизвестных,

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

называется *определителем системы*.

Составим ещё три определителя следующим образом: заменим в определителе D последовательно 1, 2 и 3 столбцы столбцом свободных членов

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13}\\ b_2 & a_{22} & a_{23}\\ b_3 & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix},\quad \Delta_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13}\\ a_{21} & b_2 & a_{23}\\ a_{31} & b_3 & a_{33}\end{vmatrix},\quad \Delta_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1\\ a_{21} & a_{22} & b_2\\ a_{31} & a_{32} & b_3\end{vmatrix}.$$

Тогда можно доказать следующий результат.

Правило Крамера. Если определитель системы $\Delta \neq 0$, то рассматриваемая система имеет одно и только одно решение, причём

$$x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta},\quad x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta},\quad x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

Пример. Решить систему уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x+2y-z=2,\\ 2x-3y+2z=2,\\ 3x+y+z=8.\end{cases}\qquad \Delta=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1\\ 2 & -3 & 2\\ 3 & 1 & 1\end{vmatrix}=-5+2\cdot 4-11=-8\neq 0.$$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1\\ 2 & -3 & 2\\ 8 & 1 & 1\end{vmatrix}=-10+28-26=-8,\quad \Delta_2=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1\\ 2 & 2 & 2\\ 3 & 8 & 1\end{vmatrix}=-14+8-10=-16,$$

$$\Delta_3=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2\\ 2 & -3 & 2\\ 3 & 1 & 8\end{vmatrix}=-26-20+22=-24.$$

Итак, $x=1$, $y=2$, $z=3$.

МЕТОД ГАУССА

Ранее рассмотренные методы можно применять при решении только тех систем, в которых число уравнений совпадает с числом неизвестных, причём определитель системы должен быть отличен от нуля. Метод Гаусса является более универсальным и пригоден для систем с любым числом уравнений. Он заключается в последовательном исключении неизвестных из уравнений системы.

Вновь рассмотрим систему из трёх уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2\\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3\end{cases}.$$

Первое уравнение оставим без изменения, а из 2-го и 3-го исключим слагаемые, содержащие x_1. Для этого второе уравнение разделим на a_{21} и умножим на $-a_{11}$, а затем сложим с 1-ым уравнением. Аналогично третье уравнение разделим на a_{31} и умножим на $-a_{11}$, а затем сложим с первым. В результате исходная система примет вид:

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1,\\ \quad a'_{22}x_2+a'_{23}x_3=b'_2,\\ \quad a'_{32}x_2+a'_{33}x_3=b'_3.\end{cases}$$

Теперь из последнего уравнения исключим слагаемое, содержащее x_2. Для этого третье уравнение разделим на a'_{32}, умножим на $-a'_{22}$ и сложим со вторым. Тогда будем иметь систему уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1,\\ \quad a'_{22}x_2+a'_{23}x_3=b'_2,\\ \quad\quad a''_{33}x_3=b''_3.\end{cases}$$

Отсюда из последнего уравнения легко найти x_3, затем из 2-го уравнения x_2 и, наконец, из 1-го – x_1.

При использовании метода Гаусса уравнения при необходимости можно менять местами.

Часто вместо того, чтобы писать новую систему уравнений, ограничиваются тем, что выписывают расширенную матрицу системы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2\\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3\end{array}\right)$$

и затем приводят её к треугольному или диагональному виду с помощью элементарных преобразований. К *элементарным преобразованиям* матрицы относятся следующие преобразования:

1. перестановка строк или столбцов;
2. умножение строки на число, отличное от нуля;
3. прибавление к одной строке другие строки.

Пример: Решить системы уравнений методом Гаусса.

1.

$$\begin{cases}3x-3y+2x=2,\\4x-5y+2z=1,\\5x-6y+4z=3.\end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}3&-3&2&2\\4&-5&2&1\\5&-6&4&3\end{array}\right)\begin{array}{l}\times(-4)\\\times(3)^{+}\\ \end{array}\begin{array}{|c}\times 5\\+\\\times 3\end{array}\left(\begin{array}{ccc|c}3&-3&2&2\\0&-3&-2&-5\\0&-3&2&-1\end{array}\right)\begin{array}{l}\\\times(-1)\\+\end{array}\left(\begin{array}{ccc|c}3&-3&2&2\\0&-3&-2&-5\\0&0&4&4\end{array}\right)$$

Вернувшись к системе уравнений, будем иметь

$$\begin{cases}3x-3y+2x=2, & x=1,\\ -3y-2z=-5, & y=1,\\ 4z=4. & z=1.\end{cases}$$

2. $$\begin{cases}3x-2y+3z=5,\\x-5y+2z=3,\\2x+3y+z=0.\end{cases}$$

Выпишем расширенную матрицу системы и сведем ее к треугольному виду.

$$\left(\begin{array}{ccc|c}3&-2&3&5\\1&-5&2&3\\2&3&1&0\end{array}\right),\quad\left(\begin{array}{ccc|c}1&-5&2&5\\3&-2&3&3\\2&3&1&0\end{array}\right)\begin{array}{l}\times(-3)\\+\\ \end{array}\begin{array}{|l}\times(-2)\\ \\ \end{array}.$$

$$+\left(\begin{array}{ccc|c}1&-5&2&5\\0&13&-3&-12\\0&13&-3&-10\end{array}\right)-\left(\begin{array}{ccc|c}1&-5&2&5\\0&13&-3&-12\\0&0&0&-2\end{array}\right).$$

Вернувшись к системе уравнений, несложно заметить, что третье уравнения системы будет ложным, а значит, система решений не имеет.

3. $$\begin{cases}2x+3y-z=3,\\4x+6y-2z=6,\\3x-y+2z=-1.\end{cases}\qquad\left(\begin{array}{ccc|c}2&3&-1&3\\4&6&-2&6\\3&-1&2&-1\end{array}\right).$$

Разделим вторую строку матрицы на 2 и поменяем местами первый и третий столбики. Тогда первый столбец будет соответствовать коэффициентам при неизвестной z, а третий – при x.

$$\left(\begin{array}{ccc|c}-1&3&2&3\\-1&3&2&3\\2&-1&3&-1\end{array}\right)\begin{array}{l}-\\ \\ \end{array}\begin{array}{|l}\times 2\\+\\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c}-1&3&2&3\\0&0&0&0\\0&5&7&5\end{array}\right).$$

Вернемся к системе уравнений.
$$\begin{cases}2x+3y-z=3,\\0=0,\\7x+5y=5.\end{cases}$$

Из третьего уравнения выразим одну неизвестную через другую и подставим в первое.

$$\begin{cases} y = 1 - \frac{7}{5}x, \\ 2x + 3 - \frac{21}{5}x - z = 3, \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = 1 - \frac{7}{5}x, \\ z = -\frac{11}{5}x. \end{cases}$$

Таким образом, система имеет бесконечное множество решений.

2.Решите самостоятельно систему методом
а) Крамера; б) Гаусса:

Вариант 1 а)	б)
$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$
Вариант 2 а)	б)
$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 25x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -1 \\ -2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$

3.Вывод практического занятия.

Практическая работа №8

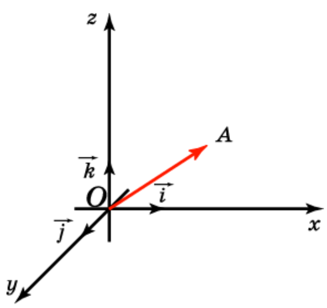
Тема: Координаты вектора

Цель: Отработать умения использовать формулы координат вектора при решении задач.

Методические рекомендации

Вектором (геометрическим) называется направленный отрезок. Обозначается $\vec{a}$, $\vec{в}$, $\overrightarrow{AB}$

Отложим вектор так, чтобы его начало совпало с началом координат. Тогда координаты его конца называются координатами вектора. Обозначим $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ векторы с координатами (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) соответственно. Их длины равны единице, а направления совпадают с направлениями соответствующих осей координат. Будем изображать эти векторы, отложенными от начала координат и называть их координатными векторами.



Теорема. Вектор $\vec{a}$ имеет координаты (x, y, z) тогда и только тогда, когда он представим в виде $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$/

Действия над векторами	Запись	Пример

1	2	3
1. Результатом умножения вектора $\overline{a}$ на число k является вектор $\overline{b}=k\overline{a}$	$\overline{a}(a_1;a_2;a_3)$, k – число, то $\overline{b}=k\overline{a}=(ka_1;ka_2;ka_3)$	$\overline{a}=(-1;2;0)$; $k=3$, тогда $\overline{b}=3\overline{a}=(3\cdot(-1);3\cdot 2;3\cdot 0)=$ $=(-3;6;0)$
2. Сложение векторов. Вычитание векторов.	$\overline{a}(a_1;a_2;a_3)$; $\overline{b}(b_1;b_2;b_3)$ $\overline{a}+\overline{b}=(a_1+b_1;a_2+b_2;a_3+b_3)$ $\overline{a}-\overline{b}=(a_1-b_1;a_2-b_2;a_3-b_3)$	$\overline{a}(2;-3;1)$; $\overline{b}(0;1;4)$, тогда $\overline{a}+\overline{b}=(2+0;-3+1;1+4)=$ $=(2;-2;5)$
3. Нахождение координат вектора. При определении координат вектора из соответствующих координат его конца вычитают координаты начала	$M_1(x_1;y_1;z_1)$; $M_2(x_2;y_2;z_2)$ $\overline{M_1M_2}(x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1)$	$M_1(2;-1;4)$, $M_2(3;1;0)$ $\overline{M_1M_2}(3-2;1-(-1);0-4)$; $\overline{M_1M_2}(1;2;-4)$
4. Длина вектора.	$\overline{a}(a_1;a_2;a_3)$ $\lvert\overline{a}\rvert=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$	$\overline{a}(5;-3;1)$ $\lvert\overline{a}\rvert=\sqrt{25+9+1}=\sqrt{35}$
5. Условие коллинеарности векторов: векторы коллинеарны, если их соответствующие координаты пропорциональны.	$\overline{a}(a_1;a_2;a_3)$ и $\overline{b}(b_1;b_2;b_3)$ $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}$	$\overline{a}(5;6;7)$, $\overline{b}(10;12;14)$ $\frac{5}{10}=\frac{6}{12}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}\Rightarrow$ $\Rightarrow$ векторы коллинеарны
6. Скалярное произведение векторов – это число равное произведению длин векторов на косинус угла между ними. Скалярное произведение векторов равно сумме произведений одноименных координат.	$\overline{a}\cdot\overline{b}=\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert\overline{b}\rvert\cdot\cos(\overline{a},\hat{}\,\overline{b})$ $\overline{a}(a_1;a_2;a_3)$ и $\overline{b}(b_1;b_2;b_3)$ $\overline{a}\cdot\overline{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$	$\overline{a}(2;-3;1)$; $\overline{b}(0;1;4)$ $\overline{a}\cdot\overline{b}=2\cdot 0+(-3)\cdot 1+1\cdot 4=$ $=0-3+4=1$
7. Косинус угла между векторами.	$\overline{a}(a_1;a_2;a_3)$; $\overline{b}(b_1;b_2;b_3)$ $\cos\varphi=\frac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\cdot\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}$	
8. Условие перпендикулярности векторов: векторы перпендикулярны, если их скалярное произведение равно нулю.	$\overline{a}(a_1;a_2;a_3)$; $\overline{b}(b_1;b_2;b_3)$ $\overline{a}\cdot\overline{b}=0\Rightarrow\overline{a}\perp\overline{b}$ $a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0$	$\overline{a}(5:-2;0)$; $\overline{b}(-2;-5;0)$ $5\cdot(-2)+(-2)\cdot(-5)+0\cdot 0=$ $=0\Rightarrow\overline{a}\perp\overline{b}$

Задания практической работы

Даны точки: $A(0;-N)$, $B(N;0)$, $C(N-5;1-N)$, $D(-N-2;N+1)$, где N – номер студента по списку.

1. Найти координаты, абсолютные величины векторов $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$.
2. При каком значении m перпендикулярны векторы $\vec{a}(1;-m;-2)$ и $\vec{b}(m;2;-4)$?
3*. Проверьте, коллинеарные ли векторы $\overline{AD}$ и $\overline{CD}$?
4*. Образуют ли векторы $\bar{a}(-1;-2;N)$, $\bar{b}(3;N;-2)$, $\bar{c}(-N;0;7)$ базис?
5**. Найти угол между векторами $\overline{AC}$ и $\overline{BD}$.
6**. Образуют ли векторы $\bar{a}(N;0;5)$, $\bar{b}(3;2;N)$, $\bar{c}(5;N;9)$ базис? Если да, то найти в нем координаты вектора $\bar{d}(-4;2;N)$.

Примечание.
Чтобы получить оценку «3», достаточно решить задания: 1-3. Для получения оценки «4», необходимо решить задания: 1-5, а для получения оценки «5», нужно выполнить все задания.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

Тема:«*Функции, их свойства и графики*»

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1) Обобщить теоретические знания по теме: «Функции, свойства и графики».

2) Рассмотреть алгоритмы решений заданий теме «Функции, свойства и графики», решить задачи.

ОБОРУДОВАНИЕ*: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.*

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить условие заданий для практической работы.

2. Ответить на контрольные вопросы:

3. Оформить отчет о работе.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант-1

1. Построить графики функций: $y=x^2$; $y=x^2-3$; $y=(x+2)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y=x^5-x^3$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции $f(x)=\sqrt{x}$ и $g(t)=3t^2+1$. Найдите функцию $f(g(t))$.
4. Найдите функцию обратную данной функции $y=6x-7$
5. Вычислите: $f(-2)$, если $f(x)=x^3+5$

Вариант-2

1. Построить графики функций: $y=x^2$; $y=x^2+3$; $y=(x-2)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y=x^6-x^4$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции $f(x)=x^2+5$ и $g(t)=t+4$. Найдите функцию $f(g(t))$.
4. Найдите функцию обратную данной функции $y=5x+13$
5. Вычислите: $f(-2)$, если $f(x)=x^3+5$

Вариант-3

1. Построить графики функций: $y=x^2$; $y=x^2-1$; $y=(x+3)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y=x^4-x^3$ чётной, нечётной или другой.

3. Даны функции f(x)= $2\sqrt{x}$ и g(t)=3t^2-5. Найдите функцию f(g(t)).

4. Найдите функцию обратную данной функции y= $\frac{2}{3}$ x-12

5. Вычислите: f(-12), если f(x)=x^2-9

Вариант-4

1. Построить графики функций: y=x^2; y=x^2 -2; y=(x-3)^2
2. Выяснить, является ли функция y=x^2-x^3 чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции f(x)= $3\sqrt{x}$ и g(t)=4t^2+5. Найдите функцию f(g(t)).
4. Найдите функцию обратную данной функции y= $\frac{1}{5}$ x+12
5. Вычислите: f(-2), если f(x)=x^3-18

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение функции. Приведите примеры пар переменных величин, связанных между собой некоторой функциональной зависимостью.
2. Перечислите способы задания функции.
3. Дайте определение графика функции.
4. Перечислите основные типы преобразования графиков функций.
5. Дайте определение функции непрерывной на отрезке и непрерывной в точке.
6. Дайте определение: а) возрастающей; б) убывающей; в) строго монотонной; г) невозрастающей; д) неубывающей; е) монотонной; ж) ограниченной снизу; з) ограниченной сверху; и) ограниченной; к) чётной;

л) нечётной; м) периодической; н) сложной;

Практическая работа № 10

Тема: Производная.

Цель: Отработать навыки нахождения производных функций. Уметь применять физический смысл производной к решению прикладных задач, схему исследования функции к построению графика функции, находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Методические рекомендации

Правила дифференцирования и таблица производных основных функций.

Правила.

1. $C' = 0$
2. $x' = 0$
3. $(U \pm \vartheta)' = U' \pm \vartheta'$
4. $(U \cdot \vartheta)' = U' \cdot \vartheta + U \cdot \vartheta'$
5. $(C \cdot f(x))' = C \cdot f'(x)$
6. $\left(\frac{U}{\vartheta}\right)' = \frac{U' \cdot \vartheta - U \cdot \vartheta'}{\vartheta^2}$

Производные основных элементарных функций.

1. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$, $n \neq 0$
2. $(e^x)' = e^x$
3. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
4. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
5. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \cdot \ln a}$
6. $(\sin x)' = \cos x$
7. $(\cos x)' = -\sin x$
8. $(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
9. $(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
10. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
11. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
12. $(arctgx)' = \dfrac{1}{1+x^2}$
13. $(arcctgx)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

Применение производной	Алгоритм
I.Построение графика функции $y = f(x)$	1. Найти область определения функции $D(f)$. 2. Исследовать функцию на четность, нечетность. 3. а) найти точки пересечения с осью OX (если возможно), для этого достаточно решить систему $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$ б) найти точки пересечения с осью $OУ$, для этого решить систему $\begin{cases} y = f(x) \\ x = 0 \end{cases}$ 4. Найти $f'(x)$ и решить уравнение $f'(x) = 0$. 5. Найти интервалы монотонности и экстремума функции. 6. Найти дополнительные точки. 7. Построить график функции.
II.Нахождение наибольшего, наименьшего значения функции на отрезке.	1. Найти производную функции $f'(x)$. 2. Найти критические точки решив уравнение $f'(x) = 0$. 3. Вычислить значение функции в критических точках, принадлежащих данному промежутку. 4. Вычислить значение функции на концах отрезка. 5. Среди всех полученных чисел выбрать наибольшее и наименьшее.

Примеры

а) Найдите наибольшее значение функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ на отрезке $[0;4]$.

Решение.

1. $f'(x) = \left(x^3 - 6x^2 + 9x + 5\right)' = 3x^2 - 12x + 9$

2. $f'(x) = 0$; $3x^2 - 12x + 9 = 0$; $x^2 - 4x + 3 = 0$; $D = 16 - 12 = 4$; $x_1 = 1$; $x_2 = 3$

3. $x = 1 \in [0;4]$; $f(1) = 1 - 6 + 9 + 5 = 9$;

   $x = 3 \in [0;4]$; $f(3) = 27 - 54 + 27 + 5 = 5$

4. $f(0) = 5$; $f(4) = 64 - 96 + 36 + 5 = 9$

5. $f_{\text{íàèá.}} = f(1) = f(4) = 9$.б

б) Исследовать и построить график функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$.

Решение.

1. Область определения $x \in (-\infty; +\infty)$

2. $f'(x) = \left(x^3 - 6x^2 + 9x - 3\right)' = 3x^2 - 12x + 9$

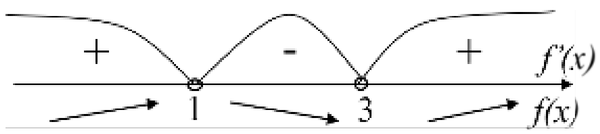
3. $f'(x) = 0$; $3x^2 - 12x + 9 = 0$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$D = 16 - 12 = 4 > 0$, 2 корня

$x_1 = 3$; $x_2 = 1$

4; 5.



$x = 1$ - т. максимума; $x = 3$ - т. минимума

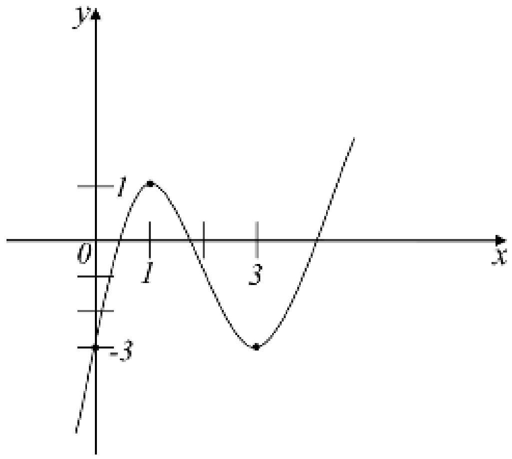
6. $f(1) = 1 - 6 + 9 - 3 = 1$

$f(3) = 27 - 54 + 27 - 3 = -3$

т. $A(1;1)$, т. $B(3;-3)$

7. $x = 0$, тогда $y = -3$, т. $C(0;-3)$

8.



Физический смысл первой производной.

Физический смысл производной заключается в том, что мгновенная скорость движения $\vartheta(t)$ в момент времени *t* есть производная пути по времени, т.е.

$$\vartheta(t) = \frac{dS(t)}{dt} = S'(t)$$

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Найдите производную функции:

а) $y = x^2 \cdot \sin 2x$; б) $y = \sqrt{\sin^3 3x - 1}$; в) $y = \frac{x^3}{1 - x^2}$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t) = t^2 + t + 2$. Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость будет равна $5 м/с$?
3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$; $g(x) = 7{,}5x^2 - 16x$

4. Построить график функции $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ на отрезке $[0;2]$.

2 вариант

1. Найдите производную функции

а) $y = x^3 \cdot \sin \frac{x}{3}$; б) $y = \sqrt{1 + 7tg2x}$; в) $y = \frac{x^2}{1 - x^3}$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t)=0?5t^2-4t+6$. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?
3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?
$f(x)=x^3-3x^2$; $g(x)=1{,}5x^2-9$
4. Построить график функции $y=\dfrac{x^2-4}{x^2+4}$.
5.Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-x^3+3x+1$ на отрезке $[-3;0]$.

3 вариант

1. Найти производную функции

а) $y=x^2\cdot\cos 3x$; б) $y=\sqrt{1-8\sin\dfrac{x}{8}}$ в) $y=\dfrac{x^3}{x^2-2x}$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t)=3t^3-6t-1$. Найти скорость тела через $2c$ после начала движения.
3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?
$f(x)=x^3-5x^2$; $g(x)=x^3-10x$
4. Построить график функции $y=\dfrac{x^2-5}{x^2+5}$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-\dfrac{1}{4}x^4+2x^2-\dfrac{7}{4}$ на отрезке $[-1;2]$.

4 вариант

1. Найти производную функции

а) $y=x^3\cdot\cos\dfrac{x}{3}$; б) $y=\sqrt{\cos^5\dfrac{x}{5}-1}$; в) $y=\dfrac{x^2-1}{4-8x}$

2. Тело движется по прямой по закону $S(t)=3t^3-2t-3$. В какой момент времени скорость тела будет равна $34\,м/с$?
3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?
$f(x)=\dfrac{1}{2}x^2+5x$; $g(x)=x^3+2x^2$
4. Построить график функции $y=\dfrac{x^2-3}{x^2+3}$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^3-3x^2+1$ на отрезке $[1;3]$.

Практическая работа № 11-12

Тема: Первообразная и интеграл.

Цель: Отработать навыки нахождения первообразной функции, значения определенного интеграла, использования геометрического и физического смысла определенного интеграла при решении прикладных задач.

Методические рекомендации

<u>**Определение 1.**</u> Функция $F(x)$ называется первообразной от функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$, если для всех $x\in[a;b]$ выполняется равенство:

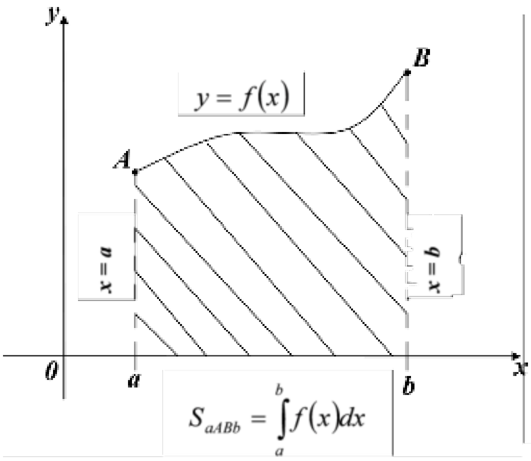
$$F'(x)=f(x)$$

<u>Таблица интегралов.</u>

1. $\int x^n dx=\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C$, $n\neq -1$
2. $\int \dfrac{dx}{x}=\ln|x|+C$,
3. $\int a^x dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+C$,
4. $\int e^x dx=e^x+C$,
5. $\int \sin x dx=-\cos x+C$,
6. $\int \cos x dx=\sin x+C$,
7. $\int \dfrac{dx}{\cos^2 x}=tgx+C$,
8. $\int \dfrac{dx}{\sin^2 x}=-ctgx+C$,
9. $\int \dfrac{dx}{x^2}=-\dfrac{1}{x}+C$,
10. $\int \sqrt{x}dx=\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}+C$,
11. $\int \dfrac{dx}{\sqrt{x}}=2\sqrt{x}+C$,
12. $\int tgxdx=-\ln|\cos x|+C$,
13. $\int ctgxdx=\ln|\sin x|+C$,
14. $\int dx=x+C$,
15. $\int 0dx=C$.

I. Геометрический смысл определенного интеграла.

Пусть дана функция $f(x)$ непрерывная на $[a;b]$. Рассмотрим график этой функции (некоторую кривую).



- фигура $aABb$, ограниченная отрезком $[a;b]$ оси OX, отрезками параллельных прямых $x=a$ и $x=b$, и кривой $y=f(x)$, называется криволинейной трапецией.
- Если интегрируемая на $[a;b]$ функция $f(x)$ неотрицательна, то определенный интеграл

численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной $[a;b]$ оси OX, отрезками прямых $x=a$, $x=b$ и графиком данной функции. В этом заключается геометрический смысл определенного интеграла.

II. Вычисление площадей плоских фигур.

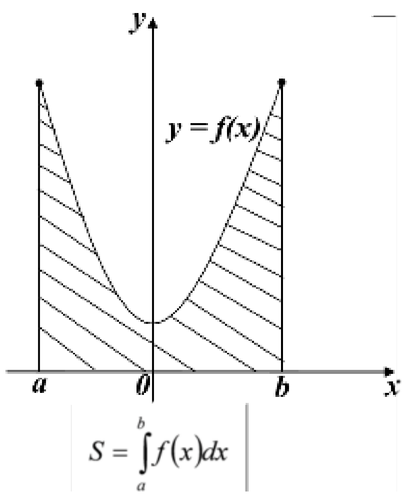
Из геометрического смысла определенного интеграла известно, что если $f(x)\ge 0$, $x\in[a;b]$, то площадь соответствующей криволинейной трапеции вычисляется по формуле:

$$S_{aABb}=\int_a^b f(x)dx$$

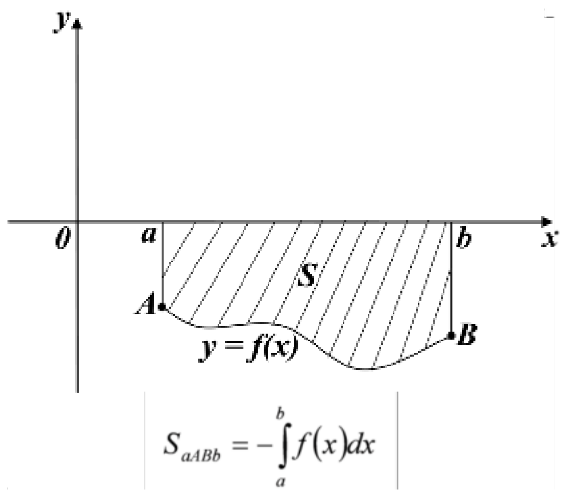
Очевидно, что если $f(x)\le 0$, $x\in[a;b]$, то $S_{aABb}=\left|\int_a^b f(x)dx\right|$

Рассмотрим основные случаи расположения плоских фигур:

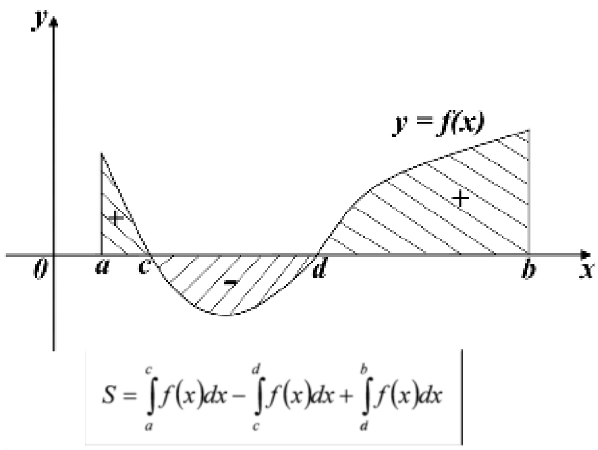
1.



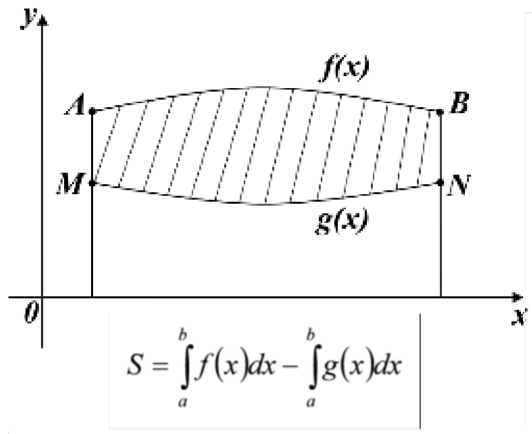
2.



3.



4.



III. Применение определенного интеграла в физике.

1. Путь, пройденный точкой при неравномерном движении за промежуток времени от t_1 до t_2 вычисляется по формуле:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \vartheta(t)dt$$

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x) = x^2 - \sin 2x - 1$ является первообразной:

1) $f(x) = \frac{x^3}{3} + \cos 2x + x$; 2) $f(x) = 2x - 2\cos 2x$;

3) $f(x) = 2x + \frac{1}{2}\cos 2x$; 3) $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}\cos 2x + x$

2. Для функции $f(x) = x^2$, найдите первообразную $F(x)$, принимающую заданное значение в заданной точке $F(-1) = 2$.

1) $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2\frac{1}{3}$; 2) $F(x) = 2x + 2\frac{1}{3}$; 3) $F(x) = -\frac{x^3}{3} + 2\frac{1}{3}$; 4) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2\frac{1}{3}$

3. Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени t равна $\upsilon(t) = t + t^2$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 3 секунд, если скорость измеряется в $м/с$.

1) $18м$; 2) $12\frac{1}{3}м$; 3) $17\frac{1}{3}м$; 4) $20м$

4. Вычислите: а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{6}{\cos^2 x}dx$; б) $\int_2^4 4xdx$.

а)

1) $6\sqrt{3}$; 2) 6; 3) $2\sqrt{3}$; 4) $3\sqrt{3}$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=-x^2+3; y=0$

б) $y=\sqrt{x};\ y=\frac{1}{2}x$

1) $4\sqrt{3}$; 3) $9\sqrt{3}$; 2) $6\sqrt{3}$; 4) $8\sqrt{3}$.

1) 2; 3) $2\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{2}{3}$.

2 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x)=-\cos\frac{x}{2}-x^3+4$ является первообразной:

1) $f(x)=-\sin\frac{x}{2}-3x^2$;

3) $f(x)=-\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}-3x^2$;

2) $f(x)=\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}-3x^2$;

4) $f(x)=2\sin\frac{x}{2}-3x^2$.

2. Для функции $f(x)=2x-2$ найдите первообразную $F(x)$, график которой проходит через точку $A(2;1)$.

1) $F(x)=-x^2-2x-1$

2) $F(x)=x^2+2x+2$;

3) $F(x)=2x^2-2$

4) $F(x)=x^2-2x+1$

3. Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени t равна $\upsilon(t)=3+0{,}2t$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 7 секунд, если измеряется в $м/с$.

1) $22{,}8м$ 2) $29м$; 3) $23м$; 4) $13м$

4. Вычислите: а) $\int\limits_{\pi}^{2\pi}\cos\frac{x}{6}dx$; б) $\int\limits_{1}^{4}(x^2-6x)dx$

а)

1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; 2) $3\sqrt{3}-3$; 3) 0; 4) $3-3\sqrt{3}$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=2x^2$; $y=0$; $x=2$

б) $y=5-x^2$; $y=1$;

1) $5\frac{2}{3}$; 3) $5\frac{1}{3}$; 2) $2\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{2}{3}$

1) 16; 3) $11\frac{1}{3}$; 2) $5\frac{1}{3}$; 4) $10\frac{2}{3}$

3 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x)=x^3-\sin 3x+2$ является первообразной:

1) $f(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{3}\cos 3x$;

3) $f(x)=3x^2+\sin 3x$;

2) $f(x)=3x^2-3\cos 3x$;

4) $f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{3}\cos 3x$

2. Для функции $f(x)=x^3$ найдите первообразную $F(x)$, принимающую заданное значение в заданной точке: $F(1)=\frac{1}{4}$

1) $F(x)=\frac{x^3}{3}-2$;

2) $F(x)=\frac{1}{4}x^4$;

3) $F(x)=\frac{1}{4}x^4+3$;

4) $F(x)=-\frac{x^3}{3}$

3. Скорость движения точки $\upsilon(t)=(18t-3t^2)м/с$. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до остановки.

1) $108м$; 2) $92м$; 3) $36м$; 4) $20м$

4. Вычислите: а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2x)dx$; б) $\int_0^2 x^3dx$

а)

1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $-\frac{\pi}{2}$; 3) 0; 4) 1

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=x^2-1$; $y=0$

1) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{3}{2}$;

2) $\frac{4}{3}$; 4) $\frac{3}{4}$

б) $y=x^3$; $x=2$; $x=0$

1) 2; 3) 4;

2) 3; 4) 1

4 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x)=x^3-\cos 3x+2$ является первообразной:

1) $f(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{3}\cos 3x$;

3) $f(x)=3x^2+3\sin 3x$;

2) $f(x)=3x^2-3\cos 3x$; 4) $f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{3}\cos 3x$

2. Для функции $f(x)=3x^2-3$ найдите первообразную $F(x)$, график которой проходит через точку $A(2;2)$.

1) $F(x)=-x^3-3x$; 2) $F(x)=x^3+3x-1$; 3) $F(x)+x^3-3x$; 4) $F(x)=x^2-5$

3. Скорость движения точки $\upsilon(t)=(24t-t^2)м/с$. Найдите путь. Пройденный точкой за третью секунду.

1) $10м$; 2) $32м$; 3) $108м$; 4) $24м$

4. Вычислите: а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}}\cos 3x dx$; б) $\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$

а)

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) 1; 4) 0

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=x^2+1$; $x=0$; $x=1$

1) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{4}{3}$;

2) 1; 4) 2

б) $y=4-x^2$; $y=0$

1) $\frac{16}{3}$; 3) $\frac{1}{3}$;

2) 1; 4) $\frac{32}{3}$

Практическая работа №13-14«Построение таблиц истинности для логических выражений»

Цель работы: закрепление практических навыков выполнения действий с матрицами.
Ход работы:
1)повторение теоретического материала;
2)выполнение заданий;
3)вывод.

1.Краткое содержание теоретического материала.

Высказывание – это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как истинное или ложное.

Алгебра логики определяет правила записи, упрощения и преобразования высказываний и вычисления их значений.

Конъюнкция – логическая операция, являющаяся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

Дизъюнкция – логическая операция, являющаяся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

Инверсия – логическая операция, которая в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

Приоритет логических операций: инверсия, конъюнкция, дизъюнкция.

Построение таблиц истинности для логических выражений.

Постройте таблицы истинности для логических выражений:

а) $A \& B \vee \neg A \& B$ б) $(A \vee B) \& (\neg A \vee B)$

Построение таблиц истинности для логических выражений.

Постройте таблицы истинности для логических выражений:

а) $A \& B \vee \neg A \& B$ б) $(A \vee B) \& (\neg A \vee B)$

Построение таблиц истинности для логических выражений.

Постройте таблицы истинности для логических выражений:

а) $A \& B \vee \neg A \& B$ б) $(A \vee B) \& (\neg A \vee B)$

Построение таблиц истинности для логических выражений.

Постройте таблицы истинности для логических выражений:

а) $A \& B \vee \neg A \& B$ б) $(A \vee B) \& (\neg A \vee B)$

Построение таблиц истинности для логических выражений.

Постройте таблицы истинности для логических выражений:

а) $A \& B \vee \neg A \& B$ б) $(A \vee B) \& (\neg A \vee B)$

Построение таблиц истинности для логических выражений.

Постройте таблицы истинности для логических выражений:

а) $A \& B \vee \neg A \& B$ б) $(A \vee B) \& (\neg A \vee B)$

Построение таблиц истинности для логических выражений.

Постройте таблицы истинности для логических выражений:

а) $A \& B \vee \neg A \& B$ б) $(A \vee B) \& (\neg A \vee B)$

Построение таблиц истинности для логических выражений.

Постройте таблицы истинности для логических выражений:

а) $A \& B \vee \neg A \& B$ б) $(A \vee B) \& (\neg A \vee B)$

3. Сделать вывод

1.Краткое содержание теоретического материала.

Элементы комбинаторики

Комбинаторика - это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов. Основы комбинаторики очень важны для оценки вероятностей случайных событий, т.к. именно они позволяют подсчитать принципиально возможное количество различных вариантов развития событий.

При решении комбинаторных задач используются следующие прав ила:

Правило суммы. Если некоторый объект А может быть выбран из множества объектов m способами, а другой объект В может быть выбран n способами, то выбрать либо А либо В можно m+n способами.

Правило произведения. Если некоторый объект А может быть выбран из множества объектов m способами и после каждого такого выбора объект В можно выбрать n способами, то пара объектов (А, В) в указанном порядке может быть выбрана m*n способами.

1. Размещения из n элементов по m элементов

Определение 1. Размещением из n элементов по m в комбинаторике называется любой упорядоченный набор из m различных элементов, выбранных из генеральной совокупности в n элементов.

Пример 1. Различными размещениями из трех элементов {1, 2, 3} по два будут наборы (1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1), (2, 3),(3, 2). Размещения могут отличаться друг от друга как элементами, так и их порядком.

Число размещений в комбинаторике обозначается $\mathbf{A_n^m}$ и вычисляется по формуле:

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Замечание: n!=1*2*3*...*n (читается: "эн факториал"), кроме того полагают, что 0!=1.

Пример 2. Сколько существует двузначных чисел, в которых цифра десятков и цифра единиц различные и нечетные?

Решение: т.к. нечетных цифр пять, а именно 1, 3, 5, 7, 9, то эта задача сводится к выбору и размещению на две разные позиции двух из пяти различных цифр, т.е. указанных чисел будет:

$$A_5^2 = 5 \cdot 4 = 20.$$

2.Число сочетаний из n элементов по m элементов

Определение 2. Сочетанием из n элементов по m в комбинаторике называется любой неупорядоченный набор из m различных элементов, выбранных из генеральной совокупности в n элементов.

Пример 3. Для множества {1, 2, 3} сочетаниями являются {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}.

Число сочетаний обозначается $\mathbf{C_n^m}$ и вычисляется по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Пример 4. Сколькими способами читатель может выбрать две книжки из шести имеющихся?

Решение: Число способов равно числу сочетаний из шести книжек по две, т.е. равно:

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{5\cdot 6}{2!} = 15$$

3. Перестановки из n элементов

Определение 3. Перестановкой из n элементов называется любой упорядоченный набор этих элементов.

(Размещения из n элементов по n элементов называются *перестановками* из nэлементов)

Пример 5. Всевозможными перестановками множества, состоящего из трех элементов {1, 2, 3} являются: (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 3, 1), (2, 1, 3), (3, 2, 1), (3, 1, 2).

Число различных перестановок из n элементов обозначается $\mathbf{P_n}$ и вычисляется по формуле

$\mathbf{P_n=n!}$

Замечание:

$\mathbf{C_n^m * P_m = A_n^m}$

Пример 6. Сколькими способами семь книг разных авторов можно расставить на полке в один ряд?

Решение: эта задача о числе перестановок семи разных книг. Имеется $\mathbf{P_7}$=7!=1*2*3*4*5*6*7=5040 способов осуществить расстановку книг.

Обсуждение. Мы видим, что число возможных комбинаций можно посчитать по разным правилам (перестановки, сочетания, размещения), причем результат получится различный, т.к. принцип подсчета и сами формулы отличаются. Внимательно посмотрев на определения, можно заметить, что результат зависит от нескольких факторов одновременно.

Во-первых, от того, из какого количества элементов мы можем комбинировать их наборы (насколько велика генеральная совокупность элементов).

Во-вторых, результат зависит от того, какой величины наборы элементов нам нужны.

И последнее, важно знать, является ли для нас существенным порядок элементов в наборе. Поясним последний фактор на следующем примере.

Пример 7. На родительском собрании присутствует 20 человек. Сколько существует различных вариантов состава родительского комитета, если в него должны войти 5 человек?

Решение: В этом примере нас не интересует порядок фамилий в списке комитета. Если в результате в его составе окажутся одни и те же люди, то по смыслу для нас это один и тот же вариант. Поэтому мы можем воспользоваться формулой для подсчета числа сочетаний из 20 элементов по 5.

Иначе будут обстоять дела, если каждый член комитета изначально отвечает за определенное направление работы. Тогда при одном и том же списочном составе комитета, внутри него возможно 5! вариантов перестановок, которые имеют значение. Количество разных (и по составу, и по сфере ответственности) вариантов определяется в этом случае числом размещений из 20 элементов по 5.

Задачи для самопроверки

1. Сколько трехзначных четных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры могут повторяться?

2. Сколько существует пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?

3. В классе десять предметов и пять уроков в день. Сколькими способами можно составить расписание на один день?

4. Сколькими способами можно выбрать 4 делегата на конференцию, если в группе 20 человек?

5. Сколькими способами можно разложить восемь различных писем по восьми различным конвертам, если в каждый конверт кладется только одно письмо?

6. Из трех математиков и десяти экономистов надо составить комиссию, состоящую из двух математиков и шести экономистов. Сколькими способами это можно сделать?

3. сделать вывод.

Практическая работа №15 «Решение практических задач на нахождение вероятности событий»

Цель работы: закрепление практических навыков использования основных понятий комбинаторики».
Ход работы:
1)повторение теоретического материала;
2)выполнение заданий;
3)вывод.

1.Краткое содержание теоретического материала.

Теория вероятностей – это раздел математики изучающий закономерности массовых случайных событий.
Испытанием называется совокупность условий, при котором может произойти данное случайное событие.
Событие – это факт, который при осуществлении определенных условий может произойти или нет. События обозначаются большими буквами латинского алфавита *A, B, C*...
Случайным называется событие, наступление которого нельзя гарантировать.
События бывают достоверные, невозможные и случайные.
Достоверное событие – это событие, которое в результате испытания непременно должно произойти.
Невозможное событие – это событие, которое в результате испытания не может произойти.

Случайное событие – это событие, которое при испытаниях может произойти или не может произойти.

События называются несовместными, если в результате данного испытания появление одного из них исключает появление другого.

События называются совместными, если в результате данного испытания появление одного из них не исключает появление другого.

События называются равновозможными, если нет оснований считать, что одно из них происходит чаще, чем другое.

События образуют полную группу событий, если в результате испытания обязательно произойдет хотя бы одно из них и любые два из них несовместны.

Два несовместных события A и $\bar{A}$ (читается «не A») называются противоположенными, если в результате испытания одно из них должно обязательно произойти.

Операции над событиями

- Суммой нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из них в результате испытания.
- Произведением нескольких событий называется событие, которое состоит в совместном наступлении всех этих событий в результате испытания.

Вероятность события – это число, характеризующее степень возможности появления событий при многократном повторении событий.

Вероятность обозначается буквой P (probability (англ.) - вероятность).

Классическое определение вероятности: Вероятностью P(A) события A называется отношение числа благоприятствующих исходов **m** к общему числу равновозможных несовместных исходов **n**:

P(A)=m/n (1)

Свойства вероятности:

- Вероятность случайного события A находится между 0 и 1.
  $0<P(A)<1$ (2)
- Вероятность достоверного события равна 1.
  $P(A)=m/n=n/n=1$ (3)
- Вероятность невозможного события равна 0
  $P(A)=m/n=0/n=0$ (4)
- Вероятность противоположного события равна

$P(\bar{A})=1-P(A)$ (5)

Теоремы сложения вероятностей

Вероятность суммы двух несовместных событий A и B равна сумме вероятностей этих событий:

$P(A+B)=P(A)+P(B)$ (6)

Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного наступления, т.е.|

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A*B)$. (7)

Теорема может быть обобщена на любое конечное число совместных событий. Например, для трех совместных событий

$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)–P(ABC)$. (8)

Теорема умножения вероятностей

Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило: $P(AB)==P(A)P(B/A)$. (9)

В частности, для независимых событий

$P(AB)=P(A)*P(B)$ (10)

т. е. вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

Формула полной вероятности

Вероятность события A, которое может наступить лишь при появлении одного из несовместных событий (гипотез) $B_1, B_2,\ldots,Bn$, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятностей каждой из гипотез на соответствующую условную вероятность события A:

$P(A)=P(B_1)*P(A/B_1)+P(B_2)*P(A/B_2)+...+P(Bn)*P(A/Bn)$. (11)

где $P(B_1) + P(B_2)+...+P(B_n) = 1$.

Равенство (11) называют формулой полной вероятности**.**

Решение задач

Пример1 Найти вероятность выпадения числа кратного 3 при одном бросании игрального кубика.

Решение:

Событие А – выпадение числа кратного 3. Этому событию благоприятствуют два исхода: числа 3 и 6, т.е. m=2. Общее число исходов состоит в выпадении чисел: 1,2,3,4,5,6, т.е. n=6. Очевидно, что эти события равновозможны и образуют полную группу. Тогда искомая вероятность, по определению, равна отношению числа благоприятствующих исходов к числу всех исходов.

P(A)=m/n=2/6=1/3.

Пример2 В урне 10 белых, 5 красных и 5 зеленых шаров. Найти вероятность того, что вынутый наугад шар будет цветным (не белым).

Решение:

Число исходов, благоприятствующих событию А, равно сумме красных и зеленых шаров:m=10. Общее число равновозможных несовместных исходов равно общему числу шаров в урне:n=20.Тогда:

P(A)=m/n=10/20=0,5

Пример 3 Найти вероятность выпадения цифры 2 или 3 при бросании игральной кости

Решение:

Событие А – выпадение цифры 2, вероятность этого события P(A)=1/6. Событие В – выпадение цифры 3, вероятность этого события P(B)=1/6. События несовместные, поэтому

P(A+B)=P(A)+P(B)=1/6+1/6=2/6=1/3.

Пример 4 Получена партия одежды в количестве 40 штук. Из них 20 комплектов мужской одежды, 6 – женской и 14 – детской. Найти вероятность того, что взятая наугад одежда окажется не женской.

Решение:

Событие А – одежда мужская, вероятность P(A)=20/40=1/2

Событие В – одежда женская, P(B)=6/40=3/20

Событие С –одежда детская, P(C)=14/40=7/20.

Тогда P(A+C)=P(A)+P(C)=1/2+7/20=17/20.

В этом случае, если события А и В являются совместными, то справедлива следующая теорема: P(A+B)= P(A)+P(B)-P(A*B)

Пример 5 Вероятность попадания в мишень одного стрелка равна 0,65, а второго 0,6. Определить вероятность поражения мишени при одновременных выстрелах двух стрелков.

Решение:

Так как при стрельбе возможно попадание в мишень двумя стрелками, то эти события совместные, следовательно

P(A+B)= P(A)+P(B)-P(A*B)=0,65+0,6-0,39=0,86.

Пример 6 В урне находятся 10 шаров: 3 чёрных и 7 белых. Первым был вынут черный шар, найти вероятность того, что второй шар будет черным.

Решение:

Вероятность появления черного шара первый раз (событие В) равно P(B)=3/10; а вероятность появления его второй раз (событие А), при условии, что событие В произошло, равно P(A/B)=2/9, т.к. в урне осталось 9 шаров, из них 2 черных.

Рассмотрим закон умножения вероятностей для независимых событий.

Произведением двух событий А и В называют событие С=А*В, состоящее в совместном осуществлении этих событий.

Пример 7 В билете 3 раздела. Из 40 вопросов первого раздела студент знает 30 вопросов, из 30 вопросов второго раздела – 15, из 30 вопросов третьего – 10. Определить вероятность правильного ответа студента по билету.

Учитывая, что ответ на каждые разделы есть независимые события A_1, A_2, и A_3,а их вероятности соответственно равны:

$P(A_1)=30/40=3/4$; $P(A_2)=15/30=1/2$; $P(A_3)=10/30=1/3$.

Тогда вероятность правильного ответа на билет P(B), можно найти по формуле

$P(B)= P(A_1)*P(A_2)*P(A_3)=3/4*1/2*1/3=1/8=0,125$.

Пример 8 Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся 4 белых и 7 черных шаров, во второй – только белые и в третьей – только черные шары. Наудачу выбирается одна урна и из неё наугад извлекается шар. Какова вероятность того, что этот шар чёрный?

Решение:

Рассмотрим событие А– из наугад выбранной урны будет извлечён чёрный шар. Данное событие может произойти в результате осуществления одной из следующих гипотез:

B_1 – будет выбрана 1-я урна;

B_2 – будет выбрана 2-я урна;
B_3 – будет выбрана 3-я урна.
Так как урна выбирается наугад, то выбор любой из трёх урн равновозможен, следовательно:
$P(B_1)=P(B_2)=P(B_3)=1/3$
Обратите внимание, что перечисленные гипотезы образуют полную группу событий, то есть по условию чёрный шар может появиться только из этих урн, а например, не прилететь с бильярдного стола. Проведём простую промежуточную проверку:
$P(B_1)+P(B_2)+P(B_3)=1/3+1/3+1/3=1$, дальше:

В первой урне 4 белых + 7 черных = 11 шаров, по классическому определению:

$P(A/B_1)=11/7$ – вероятность извлечения чёрного шара при условии, что будет выбрана 1-я урна.

Во второй урне только белые шары, поэтому в случае её выбора появления чёрного шара становится невозможным: . $P(A/B_2)=0$

И, наконец, в третьей урне одни чёрные шары, а значит, соответствующая условная вероятность извлечения чёрного шара составит $P(A/B_3)=1$ (событие достоверно).

По формуле полной вероятности:
$P(A)=P(A/B_1)+P(A/B_2)+ P(A/B_3)=1/3*7/11+1/3*0+1/3*1=6/11$

– вероятность того, что из наугад выбранной урны будет извлечен чёрный шар.

Ответ: 6/11

2.Самостоятельное выполнение заданий.

Вариант 1	**Вариант 2**
1)Из партии, в которой 4 стандартные и 7 бракованных деталей, случайным образом вынимают 4 детали. Найти вероятность, что среди них имеются: а) 2 стандартные детали; б) хотя бы 1 деталь стандартная.	1)Из корзины, в которой 8 красных и 5 синих и 3 белых шара, случайным образом вынимают 2 шара. Найти вероятность, что они: а) оба красные; б) хотя бы 1 красный.
2)Двум студентам предложена задача. Вероятность того, что её решит 1-й студент равна 0,72, что решит 2-й – 0,65. Найти вероятность того, что задачу решат оба студента; что решит только один?	2)Два стрелка независимо друг от друга производят выстрел по мишени. Вероятность попадания 1-м - 0,8, 2-м – 0,9. Какова вероятность, что после одного выстрела в мишени будет только одна пробоина?
3)В пирамиде 7 винтовок, из них 3 с оптическим прицелом. Вероятность поражения цели простой винтовкой 0, 58, а с оптическим прицелом 0, 93. Найти вероятность того, что стрелок поразит цель, стреляя случайно взятой винтовкой.	3)В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных. Во втором ящике 30 деталей, из них 24 стандартные. А в третьем – 10 деталей, из них 6 стандартные. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика – стандартная.

3.Вывод.

Практическая работа №16-17 «Решение задач математической статистики в профессиональной деятельности»

Цель работы: закрепление практических навыков использования основных понятий комбинаторики».
Ход работы:
1)повторение теоретического материала;
2)выполнение заданий;
3)вывод.

1.Краткое содержание теоретического материала.

Мода(M_0)- это значение случайной величины, имеющее наибольшую частоту в рассматриваемой выборке.

Медиана(M_e,) - Это значение случайной величины, разделяющее упорядоченную выборку пополам так, что одна половина значений оказывается больше медианы, а другая - меньше.

Средняя арифметическая величина ($\overline{X}$) - Величина, равная отношению суммы всех чисел выборки к их количеству.

- ✓ *Чем они отличаются друг от друга?*

  Мода и Медиана являются показателями качественных измерений,

  а Средняя арифметическая величина является основным показателем количественных измерений.

- ✓ *Зачем нужны эти меры центральной тенденции?*

  1. Каждая мера центральной тенденции обладает характеристиками, которые делают ее ценной в определенных условиях;

  2. Вычисление той или иной меры связано со шкалой измерения;

  3. Каждая МЦТ служит основой для других статистических величин.

3. Решение задач.

(задача 1. по вариантам, с последующей проверкой, на центральном ПК и демонстрацией решения на доске)

Задача 1. (1 вариант) Рост каждой из 50 гимнасток спортивного клуба представлен следующим рядом величин:148,148, 148,148, 149,149, 149, 149, 149, 149, 149, 149,149,150,150,150,150,150,150,150,150,150,150,150,151,151,151,151,151,151,151,151,152,152,152,152,152,152,152,153,153,153,153,153,153,153,154,154,154,154 см.

РЕШЕНИЕ:

1). По имеющимся данным составить таблицу распределения значений случайной величины X - роста гимнасток клуба: по частотам(M) и относительным частотам W(W=M/N) . Расчет данных сделать в таблице Microsoft Excel.

2). Построить полигон относительных частот значений величины X.

3).Найти моду, медиану и среднее значение величины X.

M_0=11;

M_e=[148,148, 148,148, 149,149, 149, 149, 149, 149, 149, 149,149,150,150,150,150,150,150,150,150,150,150,150,[redacted],151,151,151,151,151,151,152,152,152,152,152,152,152,153,153,153,153,153,153,153,154,154,154,154]= (151+151)/2=151

$$\overline{X} = \frac{4\cdot148+9\cdot149+11\cdot150+8\cdot151+7\cdot152+7\cdot153+4\cdot154}{50} = 150{,}84$$

Задача 1. (2 вариант) В эксперименте получены данные результатов прыжка вверх с места спортсменов баскетболистов (65 человек): 59, 48, 53, 47, 57, 64, 62, 62, 65, 57, 57, 81, 83, 48, 65, 76, 53, 61, 60, 37, 51,51, 63, 81, 60, 77, 71, 57, 82, 66, 54, 47, 61, 76, 50, 57, 58, 52, 57, 40, 53, 66, 71, 61, 61, 55, 73, 50, 70, 59, 50, 59, 83, 69, 67, 66, 47, 56, 60, 43, 54, 47, 81, 76, 69 см.

Представить значения случайной величины X с помощью:1). таблиц распределения по частотам M и относительным частотам W(W=M/N).

2). Построить полигон относительных частот значений величины X.

3). Найти моду, медиану и среднее значение величины.

Задача 2. По данным протоколов тестирования физической подготовленности произвести расчеты: 1) Средняя арифметическая величина, 2)среднее квадратичное отклонение, 3) стандартная ошибка среднего арифметического значения.

Расчеты выполняются и с последующей проверкой у доски

РЕШЕНИЕ:

1) Средняя арифметическая величина $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

2) Среднее квадратическое отклонение:

$\sigma = \pm \frac{x_{max} - x_{min}}{K}$, K=2,85 для 8 испытуемых

3. *Стандартная ошибка среднего арифметического (m):*

$m = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$, n<30

Задача 3. По представленным протоколам построить диаграммы. Разделиться на группы по 3-4человека и обработать протоколы с построением диаграмм по различным испытаниям("Бег 60 м", метания мяча весом 150 г, наклоны вперед, отжимание, Прыжок в длину с места.) Готовые диаграммы представить на проверку преподавателю.

3. Подведение итогов. Демонстрация полученных диаграмм, комментарии преподавателя.

6. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

Тестирование

1 Вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

а) 20
б) -4
в) -20
г) 4

2 Для матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ транспонированной является…

a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
b) $2\begin{pmatrix} 0{,}5 & 1 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}$
c) $3.\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
d) $4.\begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

Составить таблицу истинности логического выражения:

$$C = \neg A \ \& \ B$$

3. Даны простые высказывания:

A = {Принтер - устройство ввода информации};

B = {Процессор - устройство обработки информации};

C = {Монитор - устройство хранения информации};

D = {Клавиатура - устройство ввода информации}.

Определите истинность составных высказываний:

$(A \wedge B) \wedge (C \vee D)$; $(A \wedge B) \vee (C \wedge B)$.

4.Укажите множество, которое будет пустым.

1. Множество натуральных чисел.
2. Множество делителей числа 125.
3. Множество двузначных чисел, кратных 10.
4. Множество двузначных чисел, больших 99.

5.А и В – множества всех букв слов «панама» и «панорама» соответственно. Найдите $A \cap B$.

1. {п; а; н; м; о; р} 2) {п; а; н; м} 3) {а; п} 4) { о; р; м}

3. A = { 1, 2, 5}, D = {x, y, z}. Декартово произведение $A \times D$ равно.

1. {1, 2, 5, x, y, z} 3) {(1;x), (1;y), (1;z), (2;x), (2;y), (2;z), (5;x), (5;y), (5;z)}
2. {(1;x), (2;y), (5;z)} 4) {(x;1), (y;2), (x;5), (1;z), (1;x), (2;z)}

6. В каком году в России наравне с русскими национальными мерами начала применяться метрическая система мер:

1. 1918 2) 1925 3) 1899 4) 1946

7.Старинные единицы длины (выберите все верные варианты):

1. локоть 4) верста 7) баррель
2. фут 5) сажень 8) карат
3. дюйм 6) сотка

8.Число 367 в римской системе счисления

1. CCCXLVII 2) CCCXLIV 3) CCДLXVII 4) CCCLXVII

9.Книга, лежавшая в основе большинства школьных учебников по геометрии … , автор этой книги … .

10.Бассейн для детей до семи лет должен иметь площадь зеркала воды до 60 м^2 и глубину не более 0,6 м. Максимальное количество кубических метров воды в бассейне, необходимое для его заполнения ________________.

11.Согласно требованиям СанПиН спортивный зал должен иметь площадь не менее 4,0 м^2 на 1 занимающегося. В школе имеется зал размером 12×24 м. Максимальное количество занимающихся в зале … .

12.Натуральные числа – это … .

13.Рациональные числа – это…

14.Тела вращения (выберите все правильные ответы):

1. призма 4) пирамида 7) шар
2. конус 5) параллелепипед 8) сфера
3. цилиндр 6) куб 9) параллелограмм

15.В таблице представлен рост детей некоторого класса. Средний рост этих детей равен________________(ответ запишите в метрах).

Фамилия	**Рост**
Андреев	1м 26 см
Васильева	1м 19 см
Иванов	1м 23 см
Петрова	1м 20 см
Сидорова	1м 16 см
Степанов	1м 27 см
Федоров	1м 24 см

16.В таблице представлена масса детей некоторого класса. Средняя масса этих детей равна________________(ответ запишите в килограммах).

Фамилия	**Рост**
Андреев	19 кг 200 г
Васильева	19 кг
Иванов	17 кг 700 г
Петрова	20 кг 300г
Сидорова	18 кг 100 г

Степанов	22 кг 700 г
Федоров	16 кг 500 г

17.Упорядоченное подмножество из n элементов по m элементов, отличающиеся друг от друга либо самими элементами либо порядком их расположения, называется…
а) сочетанием
б) размещением
в) перестановкой
г) разностью

18.Событие, которое обязательно произойдет, называется …
а) невозможным
б) достоверным
в) случайным
г) достоверным и случайным

19. Вероятность невозможного события равна
а) больше 1
б) равна 1
в) равна 0
г) меньше 1

20. Формула $P(A)=P(H_1)P_{H_1}(A)+P(H_2)P_{H_2}(A)+....+P(H_n)P_{H_n}(A)$ называется…
а) формулой полной вероятности
б) формулой Байеса
в) формулой Бернулли
г) формулой Ньютона

21. В цехе работают 6-ть мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобрали 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3-и женщины.

22**.** Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	1	4	7	12
p	0,08	0,35	0,22	0,35

Критерии оценивания
При тестировании все верные ответы берутся за 100%, отметка выставляется следующим образом:
90% и более – отлично;
75-90% - хорошо;
50-75% - удовлетворительно;
менее 50% - неудовлетворительно.

6.1 Структура контрольного задания

6.1.1 Вопросы, выносимые на зачёт:

1. Матрицы, виды матриц, операции с матрицами: сложение, вычитание, умножение на число, обратная матрица.
2. Определители и их вычисление

3. Системы линейных уравнений и их решение по правилу Крамера.
4. Обратная матрица, решение систем линейных уравнений матричным методом
5. Понятие высказывания.
6. Элементарные и составные высказывания. Операции над высказываниями (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация и эквиваленция).
7. Понятие множества и элемента множества. Виды множеств. Способы задания множеств.
8. Отношения между множествами и их иллюстрация при помощи кругов Эйлера.
9. Понятие комбинаторной задачи. Перестановки. Размещения. Сочетания. Формулы комбинаторики.
10. Понятие вероятности. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности.
11. Типы случайных событий и действия над ними. Теоремы о вероятностях
12. Предмет математической статистики. Понятие, основная задача и основной метод статистики.
13. Понятие положительной скалярной величины и ее измерения.
14. Натуральное число как общее отношение измеряемой величины и единицы измерения. Свойства однородных скалярных величин.
15. Правила выполнения действий над величинами.
16. Стандартные единицы величин и соотношение между ними.
17. Международная система единиц.
18. Приближенные вычисления. Абсолютная и относительная погрешности. Значащие цифры, округление.
19. Пропорции.
20. Проценты. Нахождение процентного соотношения.

6.1.2. Текст задания

1. Даны два множества: $X = \{2,4,6\}$ и $Y = \{0,2,4,6,8\}$.
   а) множества X и Y пересекаются;
   б) множество X является подмножеством множества Y;
   в) множество $P = \{1,2,4,6,8\}$ равно множеству Y.
2. Даны два множества: $X = \{1,4,6\}$ и $Y = \{0,2,4,6,8\}$, $Z = \{6,2\}$. Укажите верные для них утверждения:
   а) дополнением множества Z до множества Y является множество $O = \{0,4,8\}$;
   б) дополнением множества Z до множества Y является множество $O = \{0,2,4,8\}$;
   в) объединением множеств X и Y является множество $L = \{0,1,2,4,6,8\}$;
   г) объединением множеств X и Y является множество $L = \{1,2,4,6,8\}$.
3. Установите соответствие между операциями над множествами и их обозначением:
   а) объединение множеств;
   б) пересечение множеств;
   в) декартово умножение множеств;
   г) дополнение подмножеств.

   1. $A \backslash B$;
   2. $A \bigcup B$;
   3. $A \bigcap B$;
   4. $A \times B$.
4. Прочитайте высказывания и укажите среди них неверные:
   а) число 100 натуральное;
   б) $\sqrt{2} \in N$
   в) число 0 не является рациональным;
   г) ромб принадлежит множеству четырехугольников.
5. В классе 29 человек. На соревнования необходимо отправить троих. Сколькими способами можно это сделать?
   а) <u>3654 способами;</u>
   б) 219224 способами;
   в) 7308 способами;
   г) 21924 способами.
6. Установите соответствие между формулой и ее названием:

а) $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$;

б) $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$;

в) $P_m = m!$

1. сочетания без повторений;
2. перестановка без повторений;
3. размещение без повторений.

А – 3, б – 1, - в - 2

7. Из урны, в которой находится 5 белых и 3 черных шара, вынимают 1 шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
   а) $\frac{3}{5}$; в) $\frac{3}{8}$; г) $\frac{5}{8}$
   б) $\frac{5}{3}$;
8. Укажите, какие из высказываний истинны:
   а) число 6 делится на 2 и на 3;
   б) число 123 делится на 3 и на 9;
   в) число – 2,5 не является натуральным;
   г) при делении 42 на 5 получается остаток 3.

9. Укажите, какие из следующих предложений элементарные:
   а) в прямоугольном треугольнике АВС квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов;
   б) площадь треугольника АВС равна половине произведения основания АС на высоту ВН;
   в) если треугольник АВС равнобедренный, то углы в нем при основании равны;
   г) в треугольнике АВС катет ВС длиннее АС или равен ему.
10. Найдите, при каких значениях переменной у высказывательная форма $2y-3<7$:
   а) $(0;5)$; в) $(0;5]$;
   б) $(-\infty;5)$; г) $(-\infty;5]$.
11. Укажите какая из пар высказываний является отрицанием друг друга::
   а) Число 253 простое. Число 253 составное;
   б) Треугольник АВС прямоугольный и равносторонний. Треугольник АВС не является прямоугольным или не является равносторонним.
   в) 3 < 7. 7 > 3.
   г) Число 102 четное. Число 102 делится на 3.
12. Укажите величины, которые не являются скалярными:
   а) объем; б) сила; в) масса; г) площадь.
13. Вычислите: 2ч 30 мин – 1 ч 45 мин.
   а) 85 мин; в) 1 ч 15 мин; г) 1 ч 25 мин;
   б) 45 мин;
14. Сложите массы: $17\frac{2}{5}$ кг + 2 кг 600 г, ответ запишите в килограммах
   ___________________________________.
15. Длина прямоугольника 35 м, а его ширина 0,3 м. Найдите площадь прямоугольника в квадратных дециметрах.
   а) 10,5; б) 1050; в) 10500; г) 105.

16. Число 572,3462 округлили с точностью до сотых. Укажите верный результат округления:
а) 572,35; б) 572,436; в) 572,34; г) 572,347.
17. Укажите значение абсолютной погрешности при округлении числа 7,389 с точностью до 0,1:
а) 0,001; в) 0,011;
б) 0,009. г) 0,089;
18. Длина классной доски 2,4 м с абсолютной погрешностью 0,05 м. Укажите относительную погрешность:
а) 2%; в) 12%;
б) 48%; г) 98%.
19. Результаты тестирования 15-ти учащихся третьего класса некоторой школы оказались следующими (в баллах):

Уч-ся	Аня А.	Коля Б.	Толя И.	Гена Р	Рита С.	Оля О.	Ира Г.	Анна Ч.	Маша П.	Ваня Л.	Инна Л.	Женя Д.	Катя К.	Шура П.	Петя С.
Кол-во баллов	212	223	214	203	221	203	206	218	204	219	207	217	203	208	211

Определите средний результат в классе.
а) 218;
б) 211,27;
в) 203;

20. За одно и то же время Сережа пробежал 700 м, а Витя 1 км 50 м. Запишите, чему равна скорость Вити, если Сережа бежал со скоростью 7 км/ч. ____________________________

Ключ:

1. а, б;	11. а;
2. а, в;	12. б;
3. 1 - г, 2 - а, 3 - б, 4 – в;	13. б;
	14. 20 кг;
	15. б;
4. б;	16. а;
5. а;	17. в;
6. а – 3, б – 1, в – 2;	18. а;
	19. б;
7. в;	20. 10,5 км/ч.
8. а, в;	
9. а, б;	
10. б;	

Критерии оценки: за каждый правильный ответ 1 балл, при выполнение заданий № 3, 6 за каждое соответствие 0,25 балла, в заданиях № 1, 2, 8, 9 – по 0,5 балла за каждый верный ответ.
14 – 20 – «зачтено»;
0 – 13,9 – «не зачтено».

6.2. Время на подготовку и выполнение:
подготовка 10 мин.;
выполнение 1 час 00 мин.;
оформление и сдача 20 мин.;
всего1час30мин.

6.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У1 применять математические методы для решения профессиональных задач;	– Применение методов решения систем линейных уравнений – применение правил округления; – применение формул вычисления абсолютной погрешности; – применение формул вычисления относительной погрешности; – применение правил вычисления среднего арифметического	20 баллов в соответствии с ключом
У2 решать комбинаторные задачи, находить вероятность событий;	– решение задач на вычисление вероятности событий; – решение комбинаторных задач	
У3 выполнять приближенные вычисления;	– применение правил округления; – применение формул вычисления абсолютной погрешности; – применение формул вычисления относительной погрешности.	
У4 проводить элементарную статистическую обработку информации и результатов исследований, представлять полученные данные графически.	– применение правил вычисления среднего арифметического	
У5 анализировать результаты измерения величин с допустимой погрешностью, представлять их графически	– применение формул вычисления относительной погрешности;	
З1 понятие матрицы, определителя, СЛУ	– определение матрицы, определителя, СЛУ – действия над матрицами, вычисление определителей, решение СЛУ	
З1 понятие множества, отношения между множествами, операции над ними;	– определение пересечения, объединения множеств, подмножеств, равных множества; – обозначение операций над множествами.	
З2 основные комбинаторные конфигурации	– формулы для вычисления сочетаний, перестановок, размещений	
З3 способы вычисления вероятности событий	– формулы для вычисления вероятности сосбытий	
З4 понятия положительной скалярной величины, процесс ее измерения;	– соотношение между единицами величин.	
З5 способы обоснования истинности высказываний;	– правила построения отрицаний – структура высказывания	
З6 стандартные единицы величин и соотношения между ними;	– перевод величин из одной единицы измерения в другую	
З7 правила приближенных вычислений и нахождение процентного отношения;	– формулы вычисления абсолютной погрешности; – формулы вычисления относительной погрешности; – правила вычисления среднего арифметического	
З10 методы математической статистики.	– правило вычисления среднего арифметического	

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки
70 ÷ 100	«зачтено»
менее 70	«незачтено»

6.4. Перечень материалов, оборудования и информационных источников, используемых в аттестации

Основная литература

1. Григорьев, В.П. Элементы высшей математики : Учебник для студ.учреждений сред.проф.образования / Григорьев Валерий Петрович, Дубинский Юлий Андреевич. - 10-е изд.,стер. - М. : Академия, 2014. - 320с.
2. Григорьев, В.П. Элементы высшей математики : Учебник для студ.учреждений сред.проф.образования / Григорьев Валерий Петрович, Дубинский Юлий Андреевич, Сабурова Татьяна Николаевна. - 11-е изд.,стер. - М. : Академия, 2016. - 400с. : ил. - (Профессиональное образование) (Математические и естественно-научные дисциплины).
3. Баврин, И. И. Математика : учебник и практикум для СПО / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 616 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-04101-9. https://www.biblio-online.ru/book/3F803EA3-2037-4108-BEB3-6997D8AFAD9E (дата обращения 18.04.17).- Режим доступа: ограниченный по логину и паролю