ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНО УЧРЕЖДЕНИЕ РЕСПУБЛИКИ ДАГЕСТАН
«УЧИЛИЩЕ ОЛИМПИЙСКОГО РЕЗЕРВА «ТРИУМФ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

для обучающихся к выполнению практических работ
по учебной дисциплине:

Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия.

для специальности
49.02.01 Физическая культура

Хасавюрт-

2021

Практические работы по математике: алгебра и начала математического анализа; геометрия. Метод указ. / Сост. З.Г.Гаджиева / ГБПОУ РД УОР «Триумф»

Методические рекомендации по выполнению практических работ предназначены для организации работы на практических занятиях по учебной дисциплине:

Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия, которая является важной составной частью в системе подготовки квалифицированных рабочих, служащих среднего профессионального образования.

Методические рекомендации имеют практическую направленность и значимость. Формируемые в процессе практических занятий умения могут быть использованы обучающимися в будущей профессиональной деятельности.

Методические рекомендации предназначены для обучающихся средних профессиональных учебных заведений, изучающих учебную дисциплину: «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» и могут использоваться на учебных занятиях.

Рекомендовано методической комиссией преподавателей ГБПОУ РД УОР «Триумф»

Председатель ЦК Девлетгереева Д.М.

Содержание

Пояснительная записка

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой, которые необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а так же для получения практических знаний.

Практические задания выполняются студентом или обучающимся самостоятельно, с применением знаний и умений, полученных на уроках, а так же с использованием необходимых пояснений, полученных от преподавателя при выполнении практического задания.

Практические задания разработаны в соответствии с учебной программой

Зачет по каждой практической работе получают после её выполнения, а также ответов на вопросы преподавателя, если таковые возникнут при проверке выполненного задания.

Компетенции

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.
ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Планирование практических работ

№ п/п	Разделы, **темы, включая названия практических и лабораторных работ**	ОК ПК
	Раздел 1 Алгебра	
	Тема 1.1. Развитие понятия о числе.	
1	**П.З. № 1** Действия над натуральными, целыми, рациональными и действительными числами.	Ок 1-4
2	**П.З. № 2** Приближенные вычисления. Приближенное значение величины. Действия с приближенными числами.	Ок 1-4
	Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы.	
3	**П.З. № 3** Вычисление и сравнение корней.	Ок 1-4
4	**П.З. № 4** Решение задач на свойства степени.	Ок 1-4
5	**П.З. № 5** Степени с рациональными и действительным показателями, их свойства.	Ок 1-4
6	**П.З№ 6** Решение показательных уравнений и неравенств	Ок 1-4
7	**П.З. № 7** Нахождение значений логарифмов.	Ок 1-4
8	**П.З. № 8** Решение задач на свойства логарифмов	Ок 1-4
9	**П.З. № 9** Решение логарифмических уравнений и неравенств	Ок 1-4
	Раздел 7 ГЕОМЕТРИЯ	
	Тема 7.1. Прямые и плоскости в пространстве.	
10	**П.З. № 10** Параллельность прямых и плоскостей.	Ок 1-4
11	**П.З. № 11** Перпендикулярность прямых и плоскостей.	Ок 1-4
	Раздел 6. Элементы комбинаторики. 12 часов.	
	Тема 6.1. Основные понятия комбинаторики	
	Раздел 7. ГЕОМЕТРИЯ	
	Тема 7.5 Координаты и векторы.	Ок 1-4
12	**П.З. № 12** Действия над векторами.	Ок 1-4
	Раздел 2 Основы тригонометрии.	Ок 1-4
	Тема 2.1 Основные понятия.	
	Раздел 2 ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ	
	Тема 2.2. Основные тригонометрические тождества	Ок 1-4

13	**П.З. № 13** Использование формул приведения для преобразования тригонометрических выражений.	Ок 1-4
14	**П.З. № 14** Формулы двойного и половинного аргументов.	Ок 1-4
15	**ПЗ № 15** Формулы суммы и разности для синуса, косинуса, тангенса, двойного аргумента для синуса и косинуса и их применение для преобразования выражений.	Ок 1-4
16	**ПЗ № 16** Преобразования простейших тригонометрических выражений.	Ок 1-4
	Тема 2.3. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства	
17	**ПЗ № 17** Решение тригонометрических уравнений.	Ок 1-4
18	**ПЗ № 18** Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств различными способами.	Ок 1-4
	Раздел 3. Функции и графики.	
	Тема 3.1. Свойства функции.	
19	**ПЗ № 19** Решение задач методом интервалов	Ок 1-4
20	**ПЗ №** 20 Графическое решение систем неравенств нескольких переменных.	Ок 1-4
	РАЗДЕЛ 7 ГЕОМЕТРИЯ	
	ТЕМА 7.2. Многогранники.	
21	**П.З. № 21** Параллелепипед и куб.	Ок 1-4
22	**П.З. № 22** Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр**.**	Ок 1-4
23	**П.З. № 23** Построение сечений многогранников.	Ок 1-4
24	**П.З. № 24** Объем параллелепипеда. Объем призмы.	Ок 1-4
	Тема 7.3. Тела и поверхности вращения	
25	**П.З. № 25** Объемы и поверхности тел вращения.	Ок 1-4
	Раздел 4. Начала математического анализа.	
	Тема 4.1. Последовательности.	
26	**П.З. № 26** Предел функции.	Ок 1-4
	Тема 4.2. Производная и её применение	
27	**П.З. № 27** Производная. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.	Ок 1-4
28	**П.З. № 28** Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, произведения, частного.	Ок 1-4
29	**П.З. № 29** Нахождение максимума и минимума на отрезке.	Ок 1-4
	Тема 4.3 Интеграл и его применение	
30	**П.З. № 30** Решение интегралов, используя различные методы.	Ок 1-4
31	**П.З. № 31** Применение формулы Ньютона-Лейбница.	Ок 1-4

32	**П.З. № 32** Вычисление площадей криволинейных трапеций.	Ок 1-4
	Раздел 6 Элементы теории вероятностей и математической статистики.	
	Тема 6.2. Элементы теории вероятностей	
33	**П.З. № 33** Решение задач на сложение и умножение вероятностей.	Ок 1-4
	Раздел 5. Уравнения и неравенства. 20 часов.	
	Тема 5.1Уравнения и системы уравнений. Неравенства и системы неравенств с двумя переменными	
34	**П.З. № 34** Основные приемы решения уравнений и неравенств. Способ введения новых переменных.	Ок 1-4
35	**П.З. № 35** Решение иррациональных уравнений.	Ок 1-4
36	**П.З. № 36** Решение иррациональных неравенств.	Ок 1-4
	Итого за год 36 часов	

Методические рекомендации по выполнению практических работ

Раздел 1. Алгебра.

Тема 1.1. Развитие понятия о числе.

Практическая работа №1.

Выполнение действий над натуральными, целыми, рациональными и действительными числами.

Цель: повторить правила действий над числами.

Натуральные числа - это числа, которые используются при счете: 1, 2, 3... и т.д. Ноль не является натуральным. Натуральные числа принято обозначать символом N. Два числа отличающиеся друг от друга только знаком, называются *противоположными*, например, +1 и -1, +5 и -5. Знак "+" обычно не пишут, но предполагают, что перед числом стоит "+". Такие числа называются *положительными*. Числа, перед которыми стоит знак "-", называются *отрицательными*. Натуральные числа, противоположные им и ноль называют целыми числами. Множество целых чисел обозначают символом Z. Рациональные числа - это конечные дроби и бесконечные периодические дроби .

Например, $\frac{2}{5} = 0,4; \quad \frac{1}{6} = 0,1(6)$ Множество рациональных чисел обозначается Q. Все целые числа являются рациональными. Бесконечная непериодическая дробь называется иррациональным числом. Например: $\pi = 3,1416...; \quad e = 2,7183...$

Множество иррациональных чисел обозначается J. Множество всех рациональных и всех иррациональных чисел называется *множеством действительных (вещественных)* чисел. Действительные числа обозначаются символом R.

Задания к практической работе.

Вариант 1

1. Вычислить:

а)$3\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{7} + 1\frac{5}{8}\cdot\frac{2}{7}$;   б) $(\frac{8}{11} - \frac{3}{22}) \cdot 44$;   в) $(2\frac{3}{4} + 4\frac{1}{8}) \cdot 1\frac{5}{11}$;   г) $6\frac{1}{5} \cdot 4$.

2. Упростить выражение и найти его значение при а = $\frac{7}{13}$

а) $\frac{5}{7}a + \frac{3}{14}a$.

3. Докажите, что значение выражения $4,8 + \frac{9}{14}x - 0,5x - \frac{1}{7}x$ не зависит от значения x.
4. Найдите значение выражения:

$$\frac{1}{6+2\sqrt{5}} + \frac{1}{6-2\sqrt{5}}$$

5. Расположите в порядке возрастания числа: $1,5; \frac{8}{5}; \frac{\pi}{2}; \sqrt{3}; \frac{1}{5}$.

Вариант 2

1. Вычислить:

а) $9\frac{3}{8}\cdot 2\frac{5}{7} - 2\frac{5}{7}\cdot 7\frac{3}{8}$;   б) $(\frac{3}{8} + \frac{5}{12}) \cdot 24$;   в) $1\frac{2}{5}\cdot(1\frac{1}{14} - \frac{5}{7})$;   г)$8\frac{3}{28}\cdot 5$.

2. Упростить выражение и найти его значение при а = $4\frac{2}{3}$

а) $\frac{5}{7}a + \frac{3}{14}a$.

3 .Докажите, что значение выражения $4,8 + \frac{9}{14}x - 0,5x - \frac{1}{7}x$ не зависит от значения x.

4. Найдите значение выражения:

$\frac{1}{4+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4-2\sqrt{3}}$

5.Расположите в порядке возрастания числа: 3,1;$\frac{16}{5}$; π; $\sqrt{10}$; $\frac{1}{5}$.

Критерии оценки:

«5» - ставится за 5 верно решенных заданий;
«4» - ставится за 4 верно решенных задания;
«3» - ставится за 3 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 1.1. Развитие понятия о числе.

Практическая работа №2

Решение задач на выполнение действий с приближенными числами

Цель: закрепить полученные знания по теме в процессе решения задач.

Абсолютной погрешностью приближения называется модуль разности между истинным значением величины и её приближённым значением. $|x - x_n|$, где x— истинное значение, x_n— приближённое.

Относительной погрешностью приближения называется отношение абсолютной погрешности к модулю приближённого значения величины.

$\frac{|x - x_n|}{x_n}$, где x— истинное значение, x_n— приближённое.

Относительную погрешность обычно вызывают в процентах.

Пример. При округлении числа $24,3$до единиц получается число 24.

Относительная погрешность равна $\left|\frac{24,3-24}{24}\right| = 0,125$. Говорят, что относительная погрешность в этом случае равна $12,5\%$.

Важнейшей задачей приближённых вычислений помимо нахождения приближённого значения величины является оценка абсолютной или относительной погрешности.

Например, число 3, 14 является приближённым значением числа π, при этом абсолютная погрешность не превосходит $0,01$.

Задания к практической части.

1. Записать числа в виде двойного неравенства.

a_0=547,06, Δa=0,005	a_0=0,5478 , Δa=0,0001
a_0=8,4589 , Δa=0,0001	a_0=21457 , Δa=50
a_0=457000 , Δa=200	a_0= 5,4782, Δa=0,124
a_0=0,1245 , Δa=0,0002	a_0=44,558 , Δa=0,24

2. Округлить с точностью до 0,01 следующие числа.

0,4558	3,54628	6,54987
15,254	26,4782	3,54628
11,6987	64,2498	2,5487
13,89214	3,9987	9,01124
25,3698	6548,1254	45,6982

3. Найти границу относительной погрешности числа ***a***.

a=6,96 , Δa=0,02	a= 12,79, Δa=2
a= 648,5, Δa=0,05	a= 792,3, Δa=0,05
a=2,372 , Δa=0,004	a=4,25 , Δa=0,02
a=34,27 , Δa=0,005	a= 1,9345, Δa=0,0005

Критерии оценки:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	не удовлетворительно

Литература:

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы

Практическая работа №3
Вычисление и сравнение корней.

Цель: закрепить полученные знания по теме в процессе решения задач.

Вычисление и сравнение корней. Свойства корней степени n: если $a \geq 0,\ b \geq 0,\ c > 0,\ m \in N,\ n \in N,\ m \geq 2,\ n \geq 2$, то: $\sqrt[n]{a^n} = a$; $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$; $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$; $\sqrt[nm]{a^m} = \sqrt[n]{a}$; $\sqrt[n]{\frac{a}{c}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{c}}$ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

Пример: 1) Вычислите: $\sqrt[4]{5} \cdot \left(\sqrt[4]{2000} - \sqrt[4]{125}\right) = \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{2000} - \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{125} = \sqrt[4]{10000} - \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{10^4} - \sqrt[4]{5^4} = 10 - 5 = 5$

Задания к практической части.

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	$\dfrac{\sqrt{0{,}25} + 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{27}}}{2{,}5}$	$\dfrac{-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{324}{2}}}{9}$
2	$29 \cdot \sqrt[4]{16} - 15$	$7 - 3\sqrt[6]{64}$
3	$2\sqrt[3]{125} - 0{,}9^0$	$\sqrt{125 \cdot 5} - \sqrt[3]{216}$
4	$\sqrt[3]{125^2} - 0{,}25$	$\sqrt[3]{8^5} - 0{,}32$
5	$100 - \sqrt[3]{343^2}$	$\sqrt[3]{-4\frac{17}{27}}$
6	$\sqrt{25 \div 0{,}04} \cdot \sqrt[3]{27 \div 125}$	$\dfrac{1}{\sqrt{25 \cdot 0{,}09}} \cdot \sqrt[3]{125 \cdot 0{,}027 \cdot 64}$
7	$\dfrac{\sqrt[3]{216 \cdot 0{,}125}}{\sqrt[5]{243}}$	$\sqrt[3]{\frac{343}{8} \cdot \frac{27}{125}}$
8	$\dfrac{\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt{16}}{\sqrt[3]{250}}$	$\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{64} \cdot \sqrt[4]{4}}$
9	$\dfrac{\sqrt[4]{32} \cdot \sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{162}}$	$\dfrac{\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{375}}{\sqrt[3]{81}}$

10	$\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}$	$\sqrt[4]{6-2\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4]{6+2\sqrt{5}}$

Критерии оценки:
«5» - ставится за 5 верно решенных заданий;
«4» - ставится за 4 верно решенных задания;
«3» - ставится за 3 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы

Практическая работа №4

Решение задач на свойства степени

Цель: способствовать закреплению навыков работы со степенями с рациональными показателями.

Свойства степени с рациональным показателем.

1. $\boldsymbol{a^к = a\cdot a\cdot a \ldots\ldots a}$ **(** к раз**)**
2. $\boldsymbol{a^0 = 1;\quad a^1 = a}$
3. $\boldsymbol{a^к\cdot a^m = a^{к+m}}$
4. $\boldsymbol{\frac{a^к}{a^m} = a^{к-m}}$
5. $\boldsymbol{(a\cdot в)^к = a^к\cdot в^к}$
6. $\boldsymbol{(a^к)^m = a^{к\cdot m}}$
7. $\boldsymbol{\left(\frac{a}{в}\right)^к = \frac{a^к}{в^к}}$

Примеры.

1. $\boldsymbol{8^{-1} = \frac{1}{8}}$; $\boldsymbol{5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}}$; $\boldsymbol{(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}}$
2. $25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$; $2^{-\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{2^{-3}} = \sqrt[5]{\frac{1}{8}}$; $\sqrt[к]{a} = a^{\frac{1}{к}}$
3. $в^{\frac{2}{3}}\cdot в^{\frac{1}{2}} = в^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} = в^{\frac{7}{6}}$;
4. $\left(\frac{16}{0{,}0625}\right)^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{0{,}0625}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{0{,}0625^{\frac{1}{4}}}{16^{\frac{1}{4}}} = \frac{(0{,}5^4)^{\frac{1}{4}}}{(2^4)^{\frac{1}{4}}} = \frac{0{,}5^{4\cdot\frac{1}{4}}}{2^{4\cdot\frac{1}{4}}} = \frac{0{,}5}{2} = 0.25$
5. $\frac{\sqrt[7]{128}\cdot\sqrt[5]{32}}{\sqrt{81}\cdot\sqrt[3]{64}} = \frac{\sqrt[7]{2^7}\cdot\sqrt[5]{2^5}}{\sqrt{9^2}\cdot\sqrt[3]{4^3}} = \frac{2^{\frac{7}{7}}\cdot 2^{\frac{5}{5}}}{9^{\frac{2}{2}}\cdot 4^{\frac{3}{3}}} = \frac{2\cdot 2}{9\cdot 4} = \frac{1}{9}$

Задания к практической работе.

Вариант 1	Вариант 2
1. $2^{-5}:(2^3:2^6)$	1. $\frac{(-2)^8\cdot 5^3}{5^4\cdot 2^{10}\cdot 10}$
2. $\left(\frac{x^4}{x^3\cdot x^2}\right)^{-2}\cdot\frac{x^3:x^2}{x}$	2. $(0{,}2x^{-3}y^{-2})^2\cdot\left(\frac{x^{-2}}{2y^3}\right)^{-2}$
3. $(4^{-1})^2 2^5\left(\frac{1}{16}\right)^3(8^{-2})^5\cdot(64^2)^3$	3. $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3:0{,}25^2\cdot((-5)^{-2})^2$
4. $\left(-\frac{7x^2}{3y^4}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{9y^2}{49x^4}\right)^{-2}$	4. $\left(\frac{x^5}{y^2}\right)^{-2}:\left(\frac{x^3}{3y^7}\right)^{-2}$
5. $\left(\frac{1}{2}\cdot x^{-1}\cdot y^3\right)^{-3}:(x^{-2}\cdot y^{-8})$	5. $\left(\frac{1}{6}x^{-7}y^3\right)^{-2}\cdot\left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{2x^4}{y^3}\right)^{-4}$

Критерии оценки:

«5» - ставится за 5 верно решенных заданий;
«4» - ставится за 4 верно решенных задания;
«3» - ставится за 3 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы

Практическая работа №5

Степени с рациональным показателем.

Цель: способствовать закреплению навыков решения выражений содержащих степени с рациональным показателем.

Свойства степени с рациональным показателем.

1. $а^к = а \cdot а \cdot а \ldots \ldots а$ (к раз) 2. $а^0 = 1$; $а^1 = а$ 3. $а^к \cdot а^т = а^{к+т}$

4. $\frac{а^к}{а^т} = а^{к-т}$ 5. $(а \cdot в)^к = а^к \cdot в^к$ 6. $(а^к)^т = а^{к \cdot т}$

7. $\left(\frac{а}{в}\right)^к = \frac{а^к}{в^к}$

Примеры.

1. $8^{-1} = \frac{1}{8}$; $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$; $-3^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

2. $25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$; $2^{-\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{2^{-3}} = \sqrt[5]{\frac{1}{8}}$; $\sqrt[к]{а} = а^{\frac{1}{к}}$

3. $в^{\frac{2}{3}} \cdot в^{\frac{1}{2}} = в^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} = в^{\frac{7}{6}}$;

4. $\left(\frac{16}{0{,}0625}\right)^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{0{,}0625}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{0{,}0625^{\frac{1}{4}}}{16^{\frac{1}{4}}} = \frac{(0{,}5^4)^{\frac{1}{4}}}{(2^4)^{\frac{1}{4}}} = \frac{0{,}5^{4 \cdot \frac{1}{4}}}{2^{4 \cdot \frac{1}{4}}} = \frac{0{,}5}{2} = 0.25$

5. $\frac{\sqrt[7]{128} \cdot \sqrt[5]{32}}{\sqrt{81} \cdot \sqrt[3]{64}} = \frac{\sqrt[7]{2^7} \cdot \sqrt[5]{2^5}}{\sqrt{9^2} \cdot \sqrt[3]{4^3}} = \frac{2^{\frac{7}{7}} \cdot 2^{\frac{5}{5}}}{9^{\frac{2}{2}} \cdot 4^{\frac{3}{3}}} = \frac{2 \cdot 2}{9 \cdot 4} = \frac{1}{9}$

Задания к практической работе.

1 вариант	2 вариант
1. $6^{-\frac{7}{3}} : 6^{\frac{2}{3}}$	1. $5^{-\frac{2}{7}} : 6^{\frac{12}{7}}$
2. $\frac{5^{4,5} \cdot 5^{-2}}{5^{-1,5}}$	2. $\frac{3^{2,6}}{3^{-1,9} \cdot 3^{0,5}}$
3. $\frac{5^{\frac{1}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}}{5^{\frac{3}{4}}}$	3. $\frac{9m^{\frac{1}{2}} \cdot m^{3\frac{1}{2}}}{m^{-3}}$
4. $\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^3 \cdot \sqrt[8]{a}$	4. $\left(x^{\frac{5}{6}}\right)^3 \cdot \sqrt[4]{x^3}$
5. $\left(\sqrt[3]{4} \cdot 2^{\frac{5}{3}}\right)^6$	5. $\left(\sqrt[5]{27} \cdot 2^{0.2}\right)^{10}$
6. $2b^{\frac{2}{7}} : \left(0.2b^{\frac{3}{7}}\right)$	6. $7c^{\frac{5}{6}} - 2\left(c^{\frac{1}{6}}\right)^5$
7. $\left(125^{\frac{7}{15}}\right)^{\frac{15}{21}} + \left(8^{\frac{7}{15}}\right)^{\frac{15}{21}}$	7. $\left(\frac{125}{16}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{256}{25}\right)^{\frac{1}{8}}$
8. $\left(8^{\frac{1}{2}} \cdot 27^{\frac{1}{2}} \cdot 64^{\frac{1}{4}}\right) - \left(\left(128^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{5}}\right)^{\frac{5}{7}}$	8. $\left(3\sqrt{3}^{\frac{1}{3}} + \frac{2}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(0{,}5^{-\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}}\right)$
9. $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{4}{81}\right)^{\frac{2}{3}}$	9. $48^{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{5}}$

10. $\sqrt[6]{\left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot 12^6}$	10. $\sqrt[4]{27^4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4} \cdot (0.5)^4$

Критерии оценки:
«5» - ставится за 9-10 верно решенных заданий;
«4» - ставится за 7-8 верно решенных задания;
«3» - ставится за 5-6 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 5 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы

Практическая работа №6

Решение показательных уравнений и неравенств

Цель: способствовать закреплению навыков решения показательных уравнений и неравенств.

Определение: показательными называются уравнения и неравенства, содержащие переменную в показателе степени.

Примеры.

1) $2^{5x} - 2^{4x} - 2^{3x} + 2^{2x} + 2^x - 1 = 0$ (разложение на множители)

$$2^{4x} \cdot (2^x - 1) - 2^{2x} \cdot (2^x - 1) + (2^x - 1) = 0;$$

$(2^{4x} - 2^{2x} + 1) = 0$ или $2^x - 1 = 0$, $2^x = 1, 2^x = 2^0$, x = 0

пусть $2^{2x} = t$, $t > 0$,

$t^2 - t + 1 = 0$; *D = -3* < 0, *корней нет.*

Ответ: 0

2) $\mathbf{3^x > 3^y} \Leftrightarrow \boldsymbol{x > y}$, т.к. основание а = 3 > 1

3) $(\frac{1}{3})^x > (\frac{1}{3})^y \Leftrightarrow \boldsymbol{x} < y$, т. к. основание $\boldsymbol{a} = \mathbf{\frac{1}{3}} < 1$;

4) $\mathbf{2^x} < \mathbf{\frac{1}{8}}$, $\mathbf{2^x < 2^{-3}}$, $\boldsymbol{x} < -3$, т. к. основание $\boldsymbol{a} = \mathbf{2} > 1$

Задания к практической работе.

Вариант 1	**Вариант 2**
1. $\left(\frac{5}{3}\right)^x = 1$	1. $\left(\frac{1}{7}\right)^x = 1$
2. $3^{x+2} - 3^x = 216$	2. $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$
3. $2^{x+3} - 2^x = 56$	3. $2^{x+3} + 2^{x+2} = 48$
4. $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 5 \cdot 6^x$	4. $6 \cdot 9^x + 7 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x = 0$
5. $0{,}4^{x^2-x-20} < 1$	5. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-x^2+8} > 1$
6. $25^x + 5 \le 6 \cdot 5^x$	6. $2^{x+1} + 4^x < 8$
7. $0{,}2^{\frac{2x-7}{x+2}} \ge 25$	7. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x} \le 16^{-1}$
8. $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-5x} \ge 25^x$	8. $16^{x-2} \ge 2^x \cdot \left(\frac{1}{32}\right)^{x-4}$
9. $(x+2)^{x^2-8x+15} < 1$	9. $(x-2)^{x^2-5x} < 1$
10. $(\text{tg}\ \pi/3)^{x-1} < 9^{-0,5}$	10. $(\cos \pi/3)^{x-0.5} > \sqrt{2}$

Критерии оценки:
«5» - ставится за 9-10 верно решенных заданий;
«4» - ставится за 7-8 верно решенных задания;
«3» - ставится за 5-6 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 5 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы

Практическая работа №7

Нахождение значений логарифмов.

Цель: способствовать закреплению навыков вычисления логарифмов.

Определение: Логарифмом положительного числа b по основанию a называется показатель степени, в которую надо возвести a, чтобы получить b.

$\mathbf{\log_a b = k \quad \Leftrightarrow \quad a^k = b}$.

Свойства логарифмов. $\mathbf{\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y}$; $\mathbf{\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y}$;

$\mathbf{\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b}$; $\mathbf{\log_{a^k} b^m = \frac{m}{k} \cdot \log_a b}$; $\mathbf{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$

(a > 0, $\mathbf{a \neq 1}$, $\mathbf{b} > 0$, $\mathbf{b \neq 1}$**). Основное логарифмическое тождество:** $\mathbf{a^{\log_a b} = b}$

Примеры.

1) Упростите выражение: $36^{\frac{1}{2}-\log_6 5} + 2^{-\log_2 10} = 36^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{36^{\log_6 5}} + \frac{1}{2^{\log_2 10}} = \sqrt{36} \cdot \frac{1}{(6^{\log_6 5})^2} + \frac{1}{10} = 6 \cdot \frac{1}{25} + 0{,}1 = 0{,}24 + 0{,}1 = 0{,}34$;

2) Найдите значение выражения: $(2 \cdot \log_{12} 2 + \log_{12} 3) \cdot (2 \cdot \log_{12} 6 - \log_{12} 3) = (\log_{12} 4 + \log_{12} 3) \cdot (\log_{12} 36 - \log_{12} 3) = \log_{12}(4 \cdot 3) \cdot \log_{12}(36:3) = \log_{12} 12 \cdot \log_{12} 12 = 1 \cdot 1 = 1$;

3) На сколько сумма чисел $\log_2 5$ *и* $\log_2 20$ *больше числа* $\log_2(5+20)$?

Решение: $(\log_2 5 + \log_2 20) - \log_2(5+20) = \log_2(5 \cdot 20) - \log_2 25 = \log_2 100 - \log_2 25 = \log_2(100:25) = \log_2 4 = 2$.

Задания к практической работе.

Вариант 1	**Вариант 2**
1. $\frac{52}{5^{\log_5 4}}$.	1. $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$.
2. $\log_{\frac{1}{22}} \sqrt{22}$.	2. $\log_{\frac{1}{20}} \sqrt{20}$.
3. $30\log_6 \sqrt[6]{6}$.	3. $511\log_7 \sqrt[3]{7}$.

4. $7^{\log_{49} 16}$.	4. $3^{\log_9 36}$.
5. $\log_{16} \log_3 81$.	5. $\log_3 7 \cdot \log_7 81$.
6 $25^{\log_5 \sqrt{17}}$.	6. $14 \cdot 10^{\log_{10} 7}$.
7. $36^{\log_6 \sqrt{7}}$.	7. $25^{\log_5 \sqrt{18}}$.
8. $\dfrac{\log_9 \sqrt{22}}{\log_9 22}$.	8. $\dfrac{\log_5 \sqrt{11}}{\log_5 11}$.
9. $\dfrac{18}{8^{\log_8 3}}$.	9. $\log_{\frac{1}{17}} \sqrt{17}$.
10. $\log_{16} \log_5 25$.	10. $\log_7 13 \cdot \log_{13} 49$.

Критерии оценки:
Оценка «5» ставится за 9-10 верно выполненных заданий;
«4» - ставится за 7-8 верно выполненных заданий;
«3» - за 5-6 верно выполненных задания;
«2» - менее выполненных 5 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы

Практическая работа № 8
Решение задач на свойства логарифмов.

Цель: способствовать закреплению навыков вычисления логарифмов.

Задания к практической части.

Вариант 1	**Вариант 2**
Вычислите: 1. $2^{\log_4 25}$	Вычислите: 1. $36^{\log_6 \sqrt{5}}$
2. $\log_4 \frac{1}{2} + \log_4 32$	2. $\log_3 15 - \log_3 \frac{15}{27}$
3. $27^{\log_3 6}$	3. $81^{\log_3 5}$
4. $\log_5 16 : \log_5 8$	4. $\log_2 125 : \log_2 25$
5. $49^{1-\log_7 2} - 5^{-\log_5 4}$	5. $\log_{\sqrt{3}} \log_9 729$
6. $36^{\log_6 5} + 10^{1-\lg 2} - 3^{\log_9 36}$	6. $81^{0{,}25-\frac{1}{2}\log_9 4} \cdot 49^{\log_7 2}$
7. Найти x, если $\lg x = \frac{1}{2}\lg m + 5\lg p - 3\lg n$	7. Найти x, если $2\lg x = 3\lg m + 5\lg p - 4\lg s$
8. Дано: $\log_{12} 18 = n$ Найти: $\log_8 9$	8. Дано: $\lg 2 = p,\ \log_2 7 = g$ Найти: $\lg 56$
9. $\frac{\lg 8 + \lg 18}{2\lg 2 + \lg 3}$	9. $2\log_{0,3} 3 - 2\log_{0,3} 10$

10. $(2\log_{12} 2 + \log_{12} 3) \cdot (2\log_{12} 6 - \log_{12} 3)$	10. $\frac{3\lg 2 + 3\lg 5}{\lg 13 - \lg 130}$

Критерии оценки:
«5» - ставится за 9-10 верно выполненных заданий;
«4» - ставится за 7-8 верно выполненных задания;
«3» - за 5-6 верно выполненных задания;
«2» - за менее 5 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы

Практическая работа № 9

Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков решения логарифмических уравнений и неравенств.

Пояснения к работе:

Определение: Логарифмом положительного числа b по основанию a () называется показатель степени, в которую надо возвести a, чтобы получить b. $\log_a b = k \Leftrightarrow a^k = b$.

Свойства логарифмов. $\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$; $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$; $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$; $\log_{a^k} b^m = \frac{m}{k} \cdot \log_a b$; $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

$(a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0,\ b \neq 1)$. Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b$

Примеры. 1) Решите уравнение: $(\log_5 x)^2 - \log_5 x = 0$. Решение: $(\log_5 x)^2 - \log_5 x = 0$; $\log_5 x \cdot (\log_5 x - 1) = 0$; $\left[\begin{array}{l}\log_5 x = 0\\ \log_5 x - 1 = 0\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x = 5^0\\ x = 5^1\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x = 1\\ x = 5\end{array}\right.$ ответ: 1;5

2) Решите неравенство: $(\log_3 x)^2 - 2\log_3 x - 3 \leq 0$ Решение: Обозначив $\log_3 x = t$, приходим к неравенству $t^2 - 2t - 3 \leq 0$, $-1 \leq t \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq \log_3 x \leq 3 \Leftrightarrow \log_3 3^{-1} \leq \log_3 x \leq \log_3 3^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 27$ Ответ: $\left[\frac{1}{3}; 27\right]$

Задания к практической работе.

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 5) = -1$

б) $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 5) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3)$

в) $\log_2(x^2 - 3x) = 2$

г) $\log_2 x + \log_2(x - 3) = 2$

д) $lg^2 x - 2\lg x - 3 = 0$

2. Решите неравенство:

а) $\log_4(2x - 1) \geq \frac{1}{2}$

б) $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) > -1$

в) $log^2 x - 3\log_2 x - 4 < 0$

г) $\log_3(5x - 1) > \log_3(2 - 3x)$

3. Решите систему уравнений:

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{3}}(4x + 5) = -1$

б) $\log_{\frac{1}{3}}(4x + 5) = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 8x)$

в) $\log_3(x^2 - 8x) = 2$

г) $\log_5 x + \log_5(x - 4) = 1$

д) $lg^2 x - 3\log x - 4 = 0$

2. Решите неравенство:

а) $\log_9(3x - 4) > \frac{1}{2}$

б) $\log_{\frac{1}{3}}(3x - 4) \geq -1$

в) $log_3^2 x + 2\log_3 x - 3 < 0$

г) $\log_4(5x + 1) > \log_4(3 - 4x)$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}\log_2(x+y)=1\\ \log_3(x-y)=2\end{cases} \qquad \begin{cases}\log_3(x+2y)=2\\ \log_4(x-2y)=3\end{cases}$$

Критерии оценки: «5» - ставится за 9-10 верно выполненных заданий;
«4» - ставится за 7-8 верно выполненных заданий;
«3» - за 5-6 верно выполненных заданий;
«2» - менее пяти заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Раздел 2. ГЕОМЕТРИЯ
Тема 2.1. Прямые и плоскости в пространстве.

Практическая работа № 10
Параллельность прямых и плоскостей

Цель: закрепление знаний, отработка навыков применения параллельности прямых и плоскостей при решении задач.

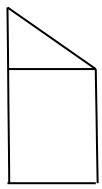
Пояснения к работе:

Определение 1. Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не имеют общих точек

Определение 2. Прямая и плоскость в пространстве называются параллельными, если они не имеют общих точек.

Определение 3. Две плоскости называются параллельными, если они не имеют общих точек.

Пример: Концы данного отрезка длиной 125 см отстоят от плоскости на 100 см и 56 см. Найти длину его проекции.

	Решение: Искомая длина проекции равна двум параллельным сторонам прямоугольника и одновременно нижнему катету прямоугольного треугольника. Из прямоугольного треугольника по теореме Пифагора найдём этот катет. $c^2 = a^2 + b^2$, $b^2 = c^2 - a^2$, $b^2 = 125^2 - 44^2 = (125 - 44)\cdot(125+44) = 81\cdot 169$, (второй катет равен 100 - 56 = 44).b = $\sqrt{81\cdot 169}$ = 9· 13 = 117 см. Ответ: 117 см

Задания к практической работе.

<table>
<tr><th>Вариант 1</th><th>Вариант 2</th></tr>
<tr><td>1. Сделать схематический
А $\notin$ а, а $\in \alpha$, А $\in \beta$</td><td>рисунок:
а $\in \alpha$, в $\in \beta$</td></tr>
<tr><td colspan="2">2.Каким может быть взаимное расположение прямых в пространстве?
Дать соответствующие определения и обозначения, прямой и плоскости в пространстве показать на чертежах.</td></tr>
<tr><td>3. Через сторону правильного шестиугольника проведена плоскость. Указать положение других сторон</td><td>3. Сколько пар скрещивающихся ребер имеется в треугольной пирамиде АВСД ?</td></tr>
</table>

шестиугольника относительно плоскости.	
4. Построить прямую, параллельную двум данным плоскостям.	4.Прямая ρ пересекает плоскость α в точке А. Существует ли плоскость, проходящая через прямую ρ и параллельная плоскости α?
5. Каким может быть взаимное расположение плоскостей α и β, если прямая $b \in \alpha$, в $\notin \beta$?	5. На чертеже куба указать пары параллельных и пересекающихся плоскостей.
6. Концы данного отрезка длиной 125 см отстоят от плоскости на 100 см и 56 см. Найти длину его проекции.	
7. Параллельные прямые АВ и СД лежат в плоскости М на расстоянии 28 см одна от другой; ЕК – внешняя прямая, параллельная АВ и удаленная от АВ на 17 см, а от плоскости М на 15 см. Найти расстояние между ЕК и СД.	
8. Расстояние между двумя параллельными плоскостями равно 8 дм. Отрезок длиной 10 дм своими концами упирается в эти плоскости. Определить проекции отрезка на каждую плоскость.	

Критерии оценки:

«5» ставится за 8 верно решенных заданий;
«4» ставится за 6-7 верно решенных заданий;
«3» ставится за 4-5 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 4 заданий.

Литература.

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Геометрия, 10–11: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. 21-е изд. М.: Просвещение, 2012. 255с.: ил.

Тема 2.1. Прямые и плоскости в пространстве

Практическая работа № 11

Перпендикулярность прямых и плоскостей

Цель работы: закрепление знаний, отработка навыков применения перпендикулярности прямых и плоскостей при решении задач.

Пояснения к работе: *Определение* 1. Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если они лежат в одной плоскости и имеют общую точку.

Определение 2. Прямая в пространстве называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости и проходящей через точку пересечения.

Определение 3. Две плоскости называются перпендикулярными, если третья плоскость, проведенная $\perp$ их линии пересечения, пересекает их по $\perp$ прямым.

Пример: Из данной точки проведены к данной плоскости две наклонные, равные каждая 2 см; угол между ними равен 60°, угол между их проекциями – прямой. Найти расстояние данной точки от плоскости.

Решение. Треугольник, в который входят обе наклонные - равносторонний, все углы равны по 60° , все стороны равны по 2 см. Но если равны наклонные, то равны и их проекции. Тогда из треугольника, лежащего в плоскости, по теореме Пифагора находим его катеты: $2^2 = a^2 + a^2$, $4 = 2 \cdot a^2$, $a^2 = 2$. Из треугольника (перпендикуляр – наклонная – проекция) находим перпендикуляр: $b^2 = 2^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2$, $b^2 = 4 - 2 = 2$, $b = \sqrt{2}$.

Задания к практической работе.

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Дано: MN $\perp BC$, $BC \parallel AD$. Будет ли прямая MN $\perp AD$? $MN \perp AB$? $MN \perp CD$?	1. Дано: АО $\perp \alpha, O \in \alpha, \angle ACO = 60°, OC =$ 3см. Найти: $\lvert AC \rvert$, $\lvert AO \rvert$

2. Дано: точка В, прямая с, $В \notin с$. Провести через точку В плоскость α, перпендикулярную прямой с.	2. Дано: $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ - куб. Доказать, что $ВД \perp (АА_1С_1С)$.
3. Дано: $АВ \perp \alpha$, $С \in \alpha$, $Д \in \alpha$, $В \in \alpha$, $АВ = 10$ см, $\angle САВ = 60°$, $\angle ДАВ = 30°$. Найти: $\vert АС\vert$, $\vert АД\vert$	3. Дано: $АВ \perp \alpha$, $С \in \alpha$, $Д \in \alpha$, $В \in \alpha$, $АВ = 20$ см, $\angle САВ = 45°$, $\angle ДАВ = 60°$. Найти: $\vert АС\vert$, $\vert АД\vert$
4. Из некоторой точки, находящейся на расстоянии 6 см от плоскости, проведена к ней наклонная, равная 10 см. Найдите ее проекцию на данную плоскость.	4. Из некоторой точки проведены к данной плоскости перпендикуляр, длина которого равна 5 см и наклонная. Угол между ними равен 45°. Найдите длину наклонной.
5. Из некоторой точки пространства проведены к плоскости две наклонные длиной 20 см и 15 см, длина проекции первой наклонной на плоскость равна 16 см. Найдите длину проекции второй наклонной.	5. Из данной точки проведены к данной плоскости две наклонные, равные каждая 2 см. Угол между ними равен 60°, а угол между их проекциями - прямой. Найдите расстояние от данной точки до плоскости.
6. Провести плоскость, проходящую через концы трех ребер куба, выходящих из одной вершины. Ребро куба равно 2. Вычислить площадь сечения.	6. Ребра прямоугольного параллелепипеда равны 3 см, 4 см и 7 см. Определить площадь сечения, проведенного через концы трех ребер, выходящих из одной вершины.

Критерии оценки: «5» ставится за 6 верно решенных заданий;
«4» ставится за 5 верно решенных задания;
«3» ставится за 3-4 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.

Литература.

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Геометрия, 10–11: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. 21-е изд. М.: Просвещение, 2012. 255с.: ил.

Тема 2.2 Координаты и векторы.

Практическая работа № 12

Тема: Действия над векторами.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков выполнения действий над векторами.

Пояснения к работе:

Основные формулы: $\left|\overrightarrow{АВ}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $\left|\overrightarrow{АВ}\right| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$; $\vec{a} \parallel \vec{b}$, если $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$; $\vec{a} \perp \vec{b}$, если $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$; $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_{12} \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$; $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\varphi$; $\cos\varphi = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_{12} \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_3^2} \cdot \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_3^2}}$; $\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2; z_1 \pm z_2)$; $m \cdot \vec{a} = (m \cdot x_1;\ m \cdot y_1;\ m \cdot z_1)$;

Пример: 1) Дано: $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}$, $\overline{\quad} \vec{b} = 5\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k}$. Найти: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{c}$ и $|\vec{c}|$

Решение: $\vec{a} = (2; -4; 8)$, $\vec{b} = (5; -1; 7)$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{c} = 2 \cdot 5 + (-4) \cdot (-1) + 8 \cdot 7 = 14 + 56 = 70$.

2) Коллинеарны ли векторы $\vec{m} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 5\vec{k}$? Ответ: Нет, т. к. $\vec{n} \neq к \cdot \vec{m}$

3) Найти угол между векторами $\vec{p} = 5\,\vec{i}$; $\vec{g} = -\sqrt{3}\vec{i} + \vec{k}$. Решение: $\vec{p} = (5; 0; 0)$, $\vec{g} = \left(-\sqrt{3}; 0; 1\right)$, $\cos\varphi = \frac{5 \cdot \left(-\sqrt{3}\right) + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{\sqrt{25 + 0 + 0} \cdot \sqrt{\left(-\sqrt{3}\right)^2 + 0 + 1}} = \frac{-5\sqrt{3}}{5 \cdot 2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Задания к практической работе:

Вариант 1	Вариант 2

1. Дано: ΔABC, $A(2;3;1), B(-1;-3;-2), C(-7;5;3)$ Найти: а) координаты $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ б) длину вектора $\overrightarrow{AB}$ в) сумму и разность векторов $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{CA}$ г) $3\cdot \overrightarrow{AB} - 0{,}5\cdot \overrightarrow{BC}$ д) периметр ΔABC	1. Дано: ΔABC, $A(1;2;3)$, $B(7;-1;-3)$, $C(5;3;7)$ Найти: а) координаты $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ б) длину вектора $\overrightarrow{AB}$ в) сумму и разность векторов $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{CA}$ г) $5\,\overrightarrow{AB} + 3\cdot\overrightarrow{BC}$ д) периметр ΔABC
2. Определить коллинеарность $\vec{m} = (-1;3), \vec{n} = (5;-2)$, $\vec{p} = (3;-9)$	векторов: $\vec{q} = (10;-4), \vec{r} = (7;1)$
3. На оси OX найти точку, равноудаленную от точек $A\,(2;-4;5)$ и $B\,(-3;2;7)$	3. На оси OZ найти точку, равноудаленную от точек $M_1(2;\ 4;7)$ и $M_2\,(-3;2;-5)$
4. Найти угол $\vec{a} = (6;-2)$ и $\vec{в} = (9;-12)$	между векторами: $\vec{a} = (-2;3\ )$ и $\vec{в} = (4;-1\ )$
5. Найти точку, делящую отрезок между точками A (-2;3) и B (4;6) в отношении 2 : 3	5. Серединой отрезка является точка (-1;2) и одним из его концов точка (2;5). Найти координаты второго конца отрезка.

Критерии оценки:
«5» ставится за 5 верно решенных заданий;
«4» ставится за 4 верно решенных задания;
«3» ставится за 3 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.

Литература.

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Геометрия, 10–11: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. 21-е изд. М.: Просвещение, 2012. 255с.: ил.

Раздел 3 ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

Тема 3.1. Основные тригонометрические тождества

Практическая работа № 13

Использование формул приведения для преобразования тригонометрических выражений.

Цель работы: закрепление знаний, отработка навыков работы с формулами приведения.

Таблица формул приведения.

Функция	Аргументы $\varphi = \frac{\pi}{2} \pm \alpha$	$\varphi = \pi \pm \alpha$	$\varphi = \frac{3\pi}{2} \pm \alpha$	$\varphi = 2\pi \pm \alpha$
$\sin\varphi$	cosa	+sina	-cosa	- sina
$\cos\varphi$	+sina	-cosa	+sina	cosa
tg φ	+ctga	+tga	+ctga	-tga
ctg φ	+tga	+ctga	+tga	-ctga

Пример 1. Найдите значение $\sin\frac{8\pi}{3}$

Решение. $\sin\frac{8\pi}{3} = \sin(2\pi + \frac{2\pi}{3}) = \sin\frac{2\pi}{3} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Пример 2. $\frac{ctg\left(\frac{\pi}{2}-a\right) - tg(\pi+a) + \sin\left(\frac{3\pi}{2}-a\right)}{\cos(\pi+a)} = \frac{tga - tga - cosa}{-\cos a} = \frac{\cos a}{\cos a}$=1

Задания к практической работе.

Вариант 1	**Вариант 2**

1. Перевод градусной меры в радианную и радианной в градусную а) 30° = б) $\frac{2\pi}{3}$ = в) 2 рад. = г) Найдите градусную и радианную величину центрального угла шага зубчатого колеса, имеющего 72 зуба.	Перевод градусной меры в радианную и радианной в градусную а) 12° = б) $\frac{7\pi}{20}$ = в) 3 рад.= г) Окружность морских компасов делится на 32 равные дуги, называемые румбами. Вычислите градусную и радианную меры румба.
2. Установите знаки значений а) $\sin 150°$, $\cos 150°$, $tg150°$, $ctg150°$ б) $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right), \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right), tg\left(-\frac{3\pi}{4}\right), ctg\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ в)$tg71° \cdot tg139° \cdot tg235° \cdot tg304° \cdot tg(-393°) \cdot tg1000°)$	тригонометрических функций: а) $\sin 190°, \cos 190°, tg190°, ctg190°$ б) $\sin 2$, $\cos 2$, $tg2$, $ctg2$ *в)*$ctg282° \cdot ctg(-401°) \cdot ctg(-910°) \cdot ctg140° \cdot ctg240°$
3. Вычислите: $\dfrac{2\sin 30° - 3\cos 30° + 2tg30°}{\cos\pi - \sin\frac{\pi}{2}}$	3. Вычислите $\dfrac{\sin 45° \cdot \cos 60° + \cos 45° \cdot \sin 60°}{tg^2 30° - sin^2 90° \cdot cos^2 270°}$
4) Упростите $\dfrac{\sin(2\pi-\alpha)\cdot\sin(\pi-\alpha)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(2\pi-\alpha)\cdot ctg(\pi-\alpha)\cdot tg(3\pi-\alpha)}$	выражение: $\dfrac{\sin(\pi+\alpha)\cdot\sin(\pi-\alpha)\cdot\cos(2\pi-\alpha)\cdot tg(3\pi-\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)\cdot\cos(5\pi-\alpha)\cdot\cos(2\pi+\alpha)\cdot tg(\pi+\alpha)}$

Критерии оценки:
«5» ставится за 4 верно решенных заданий;
«4» ставится за 3 верно решенных задания;
«3» ставится за 2 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 2 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 3.1. Основные тригонометрические тождества

Практическая работа № 14

Формулы двойных и половинных аргументов.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков работы с формулами тригонометрии.

Пояснения к работе.

Основные формулы: (1) $\sin 2\alpha = 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha$,

(2) $\cos 2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha = 2cos^2\alpha - 1 = 1 - 2sin^2\alpha$

(3) tg 2· $\alpha = \frac{2\cdot tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$

(4) $\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

(5) $\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

(6) $\sin\alpha = \frac{2\cdot tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$ (7) $\cos\alpha = \frac{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$

Пример 1. Упростите выражение:

$2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot(cos^2\alpha - sin^2\alpha) = 2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\sin 2\alpha\cdot\cos 2\alpha\right) = \frac{\sin 4\alpha}{2}$

Пример 2. Упростите выражение: $\frac{1-\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha+\sin 2\alpha} = \frac{2sin^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{2cos^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha} = \frac{2\sin\alpha\cdot(\sin\alpha+\cos\alpha)}{2\cos\alpha(\cos\alpha+\sin\alpha)} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\,\alpha$

Задания к практической работе.

Вариант 1	**Вариант 2**
1) $\frac{2\cdot ctg\frac{\alpha}{2}\cdot sin^2\frac{\alpha}{2}}{sin^2\frac{\alpha}{2}-cos^2\frac{\alpha}{2}}$ - упростить	1) $\frac{1+\cos 2\alpha-\sin 2\alpha}{1-\cos 2\alpha-\sin 2\alpha}$ - упростить
2) $\sqrt{\frac{1-\cos 4\alpha}{2cos^2 2\alpha}}$ - упростить	2) $\sqrt{\frac{1+\cos 4\alpha}{2}}$ - упростить
3) Доказать $\frac{1-\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}=tg\,\alpha$	тождества: $\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}=tg\,\alpha$
4 $\frac{2\sin\alpha-\sin 2\alpha}{2\sin\alpha+\sin 2\alpha}=tg^2\frac{\alpha}{2}$	4 $\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{1+\cos\alpha}=tg\frac{\alpha}{2}$
5 $\frac{1-sin^2 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}=tg^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$	5 $2\cdot sin^2\frac{\alpha}{2}+\cos\alpha$ - упростить

Критерии оценки:
«5»- ставится за 5 верно решенных задания;
«4» - ставится за 4 верно решенных задания;
«3» - ставится за 2-3 верно решенное задания;
«2» - выполнено менее 2 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 3.2. Основы тригонометрии.

Практическая работа № 15

Формулы суммы и разности для синуса, косинуса, двойного аргумента для синуса и косинуса и их применение для преобразования выражений.

Цель: способствовать закреплению навыков применения формул для преобразования выражений.

Формулы суммы и разности для синуса и косинуса

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\quad\text{или}\quad\cos\alpha-\cos\beta=2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$$

Пример1. Вычислите точное значение разности синусов *165* и *75* градусов.

Точных значений синусов *165* и *75* градусов мы не знаем, поэтому непосредственно вычислить значение заданной разности мы не можем. Но ответить на вопрос задачи нам позволяет формула разности синусов $\sin\alpha-\sin\beta=2\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$.

Действительно, полусумма углов *165* и *75*градусов равна *120*, а полуразность равна *45*, а точные значения синуса *45*градусов и косинуса *120* градусов известны.

Таким образом, имеем

$$\sin 165^\circ - \sin 75^\circ = 2\cdot\sin\frac{165^\circ - 75^\circ}{2}\cdot\cos\frac{165^\circ + 75^\circ}{2} =$$

$$= 2\cdot\sin 45^\circ\cdot\cos 120^\circ = 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 165^\circ - \sin 75^\circ = 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Формулы двойного аргумента для синуса и косинуса.

$$\boxed{\begin{aligned}&\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x;\\&\sin 2x = 2\sin x\cos x;\\&tg 2x = 2tgx/\,(1 - tg^2 x)\end{aligned}}$$

Формулы “синус двойного аргумента”, “косинус двойного аргумента” справедливы для любых значений аргумента.

Формула “тангенс двойного аргумента” справедлива лишь для тех значений аргумента x, для которых определены tgx, tg2x, $1 - tg^2x \neq 0$

Пример2.

Упростите выражение:

$$\frac{\cos 80^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ},$$

Решение.

$$\frac{\cos 80^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} = \frac{\cos^2 40^\circ - \sin^2 40^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} = \frac{(\cos 40^\circ + \sin 40^\circ)(\cos 40^\circ - \sin 40^\circ)}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} =$$

$$= \cos 40^\circ - \sin 40^\circ$$

Ответ: $\cos 40^\circ - \sin 40^\circ$

Задания к практической работе.

Вариант 1	Вариант 2
1. Вычислить без таблиц, используя формулы для суммы и разности синусов двух углов:	
а) $\sin 105^\circ + \sin 75^\circ$	а) $\sin 105^\circ - \sin 75^\circ$
б) $\cos {}^{\pi}/_{12} - \sin {}^{7\pi}/_{12}$	б) $\sin {}^{11\pi}/_{12} + \sin {}^{5\pi}/_{12}$
2. Упростить выражение:	
$\sin({}^{\pi}/_{3} + \alpha) + \sin({}^{\pi}/_{3} - \alpha)$	$\sin({}^{\pi}/_{3} + \alpha) - \sin({}^{\pi}/_{3} - \alpha)$
3. Доказать тождество:	
а) $1 + \sin\alpha = 2\cos^2({}^{\pi}/_{4} - {}^{\alpha}/_{2})$ б) $1 + \sin 2x = (\cos x + \sin x)^2$ в) $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$	а) $1 - \sin\alpha = 2\sin^2({}^{\pi}/_{4} - {}^{\alpha}/_{2})$ б) $1 - \sin 2x = (\cos x - \sin)^2$ в) $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$
4. Данное выражение представить в виде произведения:	
${}^{1}/_{2} + \sin\alpha$.	$\sqrt{3} - 2\sin\alpha$

5. Упростите:	
а) $1-\cos 2\alpha$ б) $\dfrac{\cos 2\alpha+1}{\sin 2\alpha}$ в) $\dfrac{\sin 2\varphi}{2\cos\varphi}$	а) $2\sin 15°\cdot\cos 15°$ б) $cos^2\frac{\pi}{8}-sin^2\frac{\pi}{8}$ в) $\frac{cos2\alpha-cos^2\alpha}{1-cos^2\alpha}$

Критерии оценки:
Оценка «5» ставится за 5 верно выполненных заданий
«4» - ставится за 4 верно выполненных задания
«3» - за 3 верно выполненных задания
«2» - выполнено менее 3-х заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 3.3. Основные тригонометрические тождества

Практическая работа № 16
Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков работы с формулами тригонометрии.
Пояснения к работе.
Пример 1. Преобразовать в произведение $\sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{3}\right)-\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$
Решение. $2\sin\frac{\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{3}-\alpha-\frac{\pi}{6}}{2}\cdot\cos\frac{\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{3}+\alpha+\frac{\pi}{6}}{2}=2\sin\frac{\frac{\pi}{6}-\frac{\alpha}{2}}{2}\cdot\cos\frac{\frac{3\alpha}{2}+\frac{\pi}{2}}{2}=2\sin\left(\frac{\pi}{12}-\frac{\alpha}{4}\right)\cdot\cos\left(\frac{3\alpha}{4}+\frac{\pi}{4}\right)$
Пример 2.Упростите выражение:
$\frac{\sin\alpha-\sin 3\alpha}{\cos\alpha-\cos 3\alpha}\cdot(1-\cos 4\alpha)=\frac{2\sin(-\alpha)\cdot\cos 2\alpha}{-2\sin(-\alpha)\cdot\sin 2\alpha}\cdot 2sin^2 2\alpha$ =-$2\cos 2\alpha\cdot\sin 2\alpha=-\sin 4\alpha$
Пример 3.Упростите:

$$\frac{ctg\left(\frac{\pi}{2}-a\right)-tg(\pi+a)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}-a\right)}{\cos(\pi+a)}=\frac{tga-tga-\cos a}{-\cos a}=\frac{\cos a}{\cos a}=1$$

Задания к практической работе.

Вариант 1	Вариант 2
1. *Вычислите:* $\cos 75°+\cos 15°$	*1. Вычислите:* $\cos 105°+\cos 105°$
2. Вычислите: $\sin 105°-\sin 15°$	*2. Вычислите:* $\sin 105°+\sin 15°$
3. Преобразовать в $\cos 2x-\cos 10x$	произведение: $\cos 4x+\cos 6x$
4. Преобразовать в $\sin 2x+\sin 4x$	произведение: $\sin 4x-\sin 10x$
5. Найти: $\sin 2\alpha,\cos 2\alpha,\tan 2\alpha,$ если $\cos\alpha=\frac{1}{2}$ *и* $\alpha\in 4$ *ч.*	5. Найти: $\sin 2\alpha,\cos 2\alpha,\tan 2\alpha,$если $tg\,\alpha=-1$ *и* $\alpha\in 2$ *ч.*
6. Найти:$\sin\frac{\beta}{2},\cos\frac{\beta}{2},\tan\frac{\beta}{2}$ Если $\sin\beta=\frac{4}{5}$ и $\beta\in 2$ *ч.*	6.Найти:$\sin\frac{\beta}{2},\cos\frac{\beta}{2},\tan\frac{\beta}{2}$ Если $cos\,\beta=\frac{3}{5}$ и $\beta\in 4$ *ч.*

7. Найти $\sin\alpha$ *и* $\cos\alpha$, *если* $\tan\frac{\alpha}{2} = 2$	7.Найти $\sin\alpha$ *и* $\cos\alpha$, *если* $\tan\frac{\alpha}{2} = -1$
8. Доказать $\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$	тождество: $\frac{1+\cos\alpha+\sin\alpha}{1-\cos\alpha+\sin\alpha} = c\text{tg}\frac{\alpha}{2}$
9. Вычислить: $\frac{4\sin 20^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70}{\sin 80^\circ}{}^\circ$	9. Вычислить: $\frac{\sin 10^\circ}{2\sin^2 5^\circ} - \cos 10^\circ$

Критерии оценки:
«5»- ставится за 8 – 9 верно решенных задания;
«4» - ставится за 6 – 7 верно решенных задания;
«3» - ставится за 4 – 5 верно решенных задания;
«2» - выполнено менее 4 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 3.4. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства

Практическая работа № 17
Решение тригонометрических уравнений

Цель: способствовать закреплению навыков решения тригонометрических уравнений.

Тригонометрическими уравнением называется равенство тригонометрических выражений, содержащее неизвестное (переменную) только под знаком тригонометрических функций.

Решить тригонометрическое уравнение - значит найти все его корни - все значения переменной, удовлетворяющее уравнению. Решение тригонометрических уравнений сводятся к решению простейших тригонометрических уравнений, нахождение корней которых приведено в таблице:

Вид уравнения	**Формулы решений тригонометрических уравнений**	**Частные случаи**
$\sin x = a$	Если $\lvert a \rvert \le 1$, то $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in Z$	$\sin x = 0, \ x = \pi n, \ n \in Z$, $\sin x = 1, \ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \ n \in Z$, $\sin x = -1, \ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \ n \in Z$
$\cos x = a$	Если $\lvert a \rvert \le 1$, то $x = \pm\arccos a + 2\pi k, k \in Z$	$\cos x = 0, \ x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \ n \in Z$, $\cos x = 1, \ x = 2\pi n, \ n \in Z$, $\cos x = -1, \ x = \pi + 2\pi n, \ n \in Z$
$tgx = a$	а- любое число $x = arctga + \pi k, \ k \in Z$	

Задания к практической работе.

Вариант 1.	**Вариант 2.**
1.Решите уравнения: а) sint = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ б) cost = - $\frac{\sqrt{3}}{2}$ в) $2\cos^2$t + 3cost +5=0 г) tg (2x + $\frac{\pi}{5}$)= - $\sqrt{3}$ **2. Решите уравнения**: а) 2 cos^2x = 1 + $\sin x$; б) $2\,sin^2x - 5\ \sin x \cdot \cos x + 5\,cos^2x\ =\ 1$	**1.Решите уравнения:** а) sint =$\frac{\sqrt{2}}{2}$ б) cost = - $\frac{\sqrt{2}}{2}$ в) $2\cos^2$t -5 cost + 2=0 г)) tg (2x + $\frac{\pi}{3}$)= $\sqrt{3}$ **2. Решите уравнение:** а) $2sin^2$x = 1 - $\cos x$ б) $5sin^2$x - 5 $\sin x \cdot \cos x + 2cos^2$x = 1

Критерии оценки:
«5» - ставится за 9-10 верно решенных уравнений;
«4» - ставится за 7-8 верно решенных уравнений;
«3» - ставится за 5-6 верно решенных уравнений;
«2» - если решено менее 5 уравнений.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 3.5. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства

Практическая работа № 18

Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств различными способами.

Цель: повторение изученного материала перед итоговой аттестацией.

Пояснения к работе.

1. Рассмотрите п. 9 с.67 учебника « Алгебра и начала анализа 10 – 11», примеры 1 – 9, разобранные в этом пункте.
2. Вспомните формулы решения простейших тригонометрических уравнений.

Задания к практической работе.

Вариант 1.	**Вариант 2.**
1. Решите уравнения: а) $\sin x + \cos x + \sin 3x = 0$; б) $\sqrt{3}\cos x - \ \sin x = 0$; в) $\sqrt{3}\cos x - \ \sin x = 1$; г) $sin^2x + cos^2x +\ sin^2 3x\ =\ \frac{3}{2}$ 2. Решите неравенство: а) $\cos x > \ -\frac{1}{2}$; б) $\sin 2x < 0$; в) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) < \ \sqrt{3}$. 3. При каких значениях a уравнение	1. Решите уравнение: а) $\cos x + \sin x - \cos 3x\ = 0$; б) $\cos x + \sqrt{3}\sin x\ = 0$; в) $\cos x + \sin x\ =\ \sqrt{2}$; г) $cos^2x - sin^2 2x + cos^2 3x = \frac{1}{2}$ 2. Решите неравенство: а) $\sin x < \frac{1}{2}$; б) $\cos 2x > 0$; в) $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{3}$ 3. При каких значениях b уравнение

$sin^2x - (a+3)\sin x + 3a = 0$ не имеет решений? 4 .Решите уравнение $cos^2x + \cos 4x = a$, если одно из его решений $\frac{\pi}{3}$.	$cos^2x + (b-3)\cos x - 3b = 0$ не имеет решений? 4. Решите уравнение $\sin^2 x - \cos 4x = b$, если одно из его решений $\frac{\pi}{6}$.

Критерии оценки:

«5» -ставится за все верно выполненные задания;

«4» - за 1 и 2, 1 и 3, 1 и 4 верно выполненные задания;

«3» - за 1 или за 2,3,4 верно выполненные задания;

«2» - во всех остальных случаях.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Раздел 4. Функции и графики.

Тема 4.1. Свойства функции.

Практическая работа № 19

Решение задач методом интервалов

Цель: способствовать закреплению навыков решения задач методом интервалов.

Метод интервалов — это специальный алгоритм, предназначенный для решения сложных неравенств вида $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$. Алгоритм состоит из 5 шагов:

1. Решить уравнение $f(x) = 0$.
2. Отметить все полученные корни на координатной прямой. Таким образом, прямая разделится на несколько интервалов.
3. Выяснить знак (плюс или минус) функции $f(x)$ на самом правом интервале. Для этого достаточно подставить в $f(x)$ любое число, которое будет правее всех отмеченных корней.
4. Отметить знаки на остальных интервалах. Для этого достаточно запомнить, что при переходе через каждый корень знак меняется.
5. Выписать интервалы, которые нас интересуют. Они отмечены знаком «+», если неравенство имеет вид $f(x) > 0$, или знаком «–», если неравенство имеет вид $f(x) < 0$.

. **Задания к практической работе.**

№	Вариант 1	Вариант 2
1.	$\frac{(2x-1)(8+4x)}{9-4x} \geq 0$	$\frac{(2x-5)(6+2x)}{10-4x} \geq 0$
2.	$\frac{x^2 - x - 12}{x - 7} > 0$	$\frac{x^2 - 3x - 10}{x + 7} \geq 0$
3.	$\frac{2x-8}{(x-8)(x+8)} < 0$	$\frac{6x-9}{(x-4)(x+4)} < 0$
4.	Найти область определения функции: $y = \log_6(x^2 - 81)$	Найти область определения функции: $y = \log_6(x^2 - 64)$

5.	При каких значениях переменной x имеет смысл выражение $\sqrt{\frac{x^2-25}{x^2-5x+6}}$?	При каких значениях переменной x имеет смысл выражение $\sqrt{\frac{x^2-16}{x^2-5x+6}}$?

Критерии оценки:
«5» - ставится за 5 верно решенных заданий;
«4» - ставится за 4 верно решенных задания;
«3» - ставится за 3 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 4.1. Свойства функции.

Практическая работа № 20

Графическое решение систем неравенств нескольких переменных.

Цель: способствовать закреплению навыков решения систем неравенств нескольких переменных.

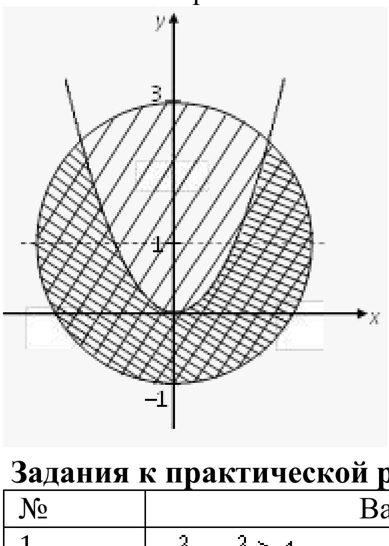
Системы, содержащие неравенства с двумя переменными, вида

$$\begin{cases} F_1(x,\ y) > 0, \\ F_2(x;\ y) \le 0, \\ F_3(x,\ y) \ge 0 \end{cases}$$

Называются ***системами неравенств с двумя переменными***. Решением данных систем является пересечение решений всех неравенств, входящих в систему.

Пример 1. Решить систему $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 \le 4, \\ x^2 > y. \end{cases}$

Решение. Построим в системе Oxy соответствующие линии



Уравнение $x^2 + (y-1)^2 = 4$ задает окружность с центром в точке O (0; 1) и $R = 2$.

Уравнение $y = x^2$ определяет параболу с вершиной в точке $O(0; 0)$.

Найдем решения каждого из неравенств, входящих в систему. Первому неравенству соответствует область внутри окружности и сама окружность (в справедливости этого убеждаемся, если подставим в неравенство координаты любой точки из этой области). Второму неравенству соответствует область, расположенная под параболой.

Решение системы – пересечение двух указанных областей (на рисунке показано наложением двух штриховок).

Задания к практической работе.

№	Вариант1	Вариант2
1.	$x^2 + y^2 \ge 4;$	$x + y - 5 < 0;$
2.	$\begin{cases} x + y \le 1, \\ y \ge 0; \end{cases}$	$\begin{cases} y - 2x + 3 > 0, \\ y - 2x + 1 \le 0; \end{cases}$
3.	$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+3)^2 \le 16, \\ y = x^2; \end{cases}$	$\begin{cases} y \ge x^2 + 1, \\ y < \lvert x\rvert - 2. \end{cases}$

4.	$\begin{cases} y < \dfrac{1}{x+2}, \\ 2-y \geq 0. \end{cases}$	$\begin{cases} y \leq \sqrt{2-x}, \\ x \geq y-1; \end{cases}$
5.	$\begin{cases} (2-x)^2 + (y-2)^2 \leq 25, \\ x^2 + y^2 > 4, \\ x = -y; \end{cases}$	$\begin{cases} \dfrac{1}{x} \geq 0, \\ x^2 + y^2 - 5 > 0. \end{cases}$

Критерии оценки:
«5» - ставится за 5 верно выполненных заданий;
«4» - ставится за 4 верно сделанных задания;
«3» - ставится за 3 верно выполненных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

РАЗДЕЛ 5 ГЕОМЕТРИЯ
ТЕМА5.1. Многогранники.

Практическая работа № 21
Параллелепипед. Куб.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков решения задач, используя свойства пирамиды и куба.

Пояснения к работе:
1. Изучите п. 172 - 175(с. 301), учебника Геометрия 7 – 1 Погорелова А. В..
2. Сделайте краткий конспект (чертежи, основные определения, формулы)
3. Рассмотрите решение задачи: № 22 стр.301
4. Запомните свойства параллелепипеда: 1. У параллелепипеда противолежащие грани равны и параллельны. 2) Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам. 3) В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений. 4) У куба все грани – равные между собой квадраты.

Задания к практической работе.

1. Найдите поверхность прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям: 10 см, 22 см, 16 см.
2. Докажите, что отрезок соединяющий центры оснований параллелепипеда, параллелен боковым рёбрам.
3. Найдите боковую поверхность прямоугольного параллелепипеда, если его высота h, площадь основания Q, а площадь диагонального сечения M.

Критерии оценки:
«5» - ставится за три верно решенные задачи;
«4» - ставится за две верно решенные задачи;
«3» - ставится за одну верно решенную задачу;
«2» - менее одной задачи.

Литература.

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Геометрия, 10–11: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. 21-е изд. М.: Просвещение, 2012. 255с.: ил.

ТЕМА 5.2. Многогранники.
Практическая работа № 22.

Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков решения задач, используя свойства пирамиды.

Пояснения к работе:

1. Изучите п. 176 (с. 305), 177, 178, 179 учебника Геометрия 7 – 11 Погорелова А. В..
2. Сделайте краткий конспект (чертежи, основные определения, формулы)
3. Рассмотрите решение задачи: № 69 стр.309
4. Запомните свойства пирамиды:1) Пирамида называется правильной , если ее основание есть правильный многоугольник и ее высота проходит через центр этого многоугольника. 2) В правильной пирамиде все боковые ребра равны между собой. 3) Все боковые грани правильной пирамиды – равные равнобедренные треугольники.

Задания к практической работе.

1. Все боковые грани треугольной пирамиды составляют с плоскостью основания угол 45°. Найдите высоту пирамиды, если стороны основания равны 20, 21 и 29 см.
2. В основании пирамиды треугольник, стороны которого равны 7, 10 и 13 см. Высота пирамиды равна 4 см. Найдите величину двугранного угла при основании пирамиды, если все боковые грани одинаково наклонены к плоскости основания.
3. В основании пирамиды лежит равнобедренная трапеция, основания которой равны 16 и 4 см. Найдите высоту пирамиды, если каждая ее боковая грань составляет с основанием угол 60°.

Критерии оценки:

«5» - ставится за три верно решенные задачи;

«4» - ставится за две верно решенные задачи;

«3» - ставится за одну верно решенную задачу;

«2» - менее одной задачи.

Литература.

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Геометрия, 10–11: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. 21-е изд. М.: Просвещение, 2012. 255с.: ил.

ТЕМА5.2. Многогранники.

Практическая работа № 23

Построение сечений многогранников.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков построения сечений.

Пояснения к работе: При построении сечений следует руководствоваться следующими правилами: 1) 2 точки, лежащие в одной плоскости, можно соединять прямой линией; 2) Стороны сечения, лежащие в параллельных плоскостях – параллельны.

Задания к практической работе. (Постройте самостоятельно)

Вариант 1	Вариант 2
1. Высота прямой четырёхугольной пирамиды равна 4. Основание – прямоугольник со сторонами 2 и 8. Найти площади диагональных сечений.	1. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 4, диагональ 5 см. Найти площадь диагонального сечения.
2. В правильной треугольной усеченной пирамиде стороны оснований равны 8 м и 5 м, а высота 3 м. Провести сечение через сторону нижнего основания и противоположную ей вершину верхнего основания. Определить площадь сечения.	2. В правильной четырёхугольной усеченной пирамиде стороны оснований равны 6 см и 8 см, а боковое ребро 10 см. Провести сечение через конец диагонали меньшего основания перпендикулярно к этой диагонали и определить его площадь.
3. В правильной четырёхугольной усеченной пирамиде площади оснований G и g, а боковое ребро образует с плоскостью	3. В правильной треугольной усеченной пирамиде сторона большего основания a, сторона меньшего b. Боковое ребро образует с основанием угол в

нижнего основания угол в 45°. Определить площадь диагонального сечения.	45°. Провести сечение через боковое ребро и ось и найти его площадь.
4. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 12 см, а высота призмы 6 см. Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противолежащую вершину верхнего основания призмы.	

Критерии оценки:
«5» ставится за 4 верно решенных заданий;
«4» ставится за 3 верно решенных задания;
«3» ставится за 2 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 2 заданий.
Литература.
Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Геометрия, 10–11: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. 21-е изд. М.: Просвещение, 2012. 255с.: ил.

ТЕМА 5.2. Многогранники.

Практическая работа № 24

Объем параллелепипеда. Объем призмы.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков решения задач, используя свойства призмы и пирамиды.

Пояснения к работе.

1. Изучите п. 194, 195,196, 197, 199, 200 (с. 339 – 347). Геометрия 7-11 Погорелов
2. Ответьте на вопросы:

а) Сформулируйте свойства объемов многогранников.

б) Запишите в тетрадях формулы объемов прямой и наклонной призм.

3. Найдите объем и площадь полной поверхности куба, длина диагонали грани которого равна $\sqrt{2}$ см.
4. Запишите формулу объема пирамиды.
5. Объем пирамиды ABC равен V. Найдите объем призмы, в основании которой лежит треугольник ABC, а высота равна высоте пирамиды.
6. Боковые ребра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны, а длины их равны а, в, с. Найдите объем пирамиды.
7. Как изменится объем куба, если длину его ребра увеличить в два раза?

Задания к практической работе:

1. Каждое ребро прямого параллелепипеда имеет длину 5 см, один из углов основания 30°. Найдите объем и площадь полной поверхности параллелепипеда.
2. Стороны основания прямого параллелепипеда имеют длины 3 и 8 дм, а один из углов основания 120 °.Найдите объем параллелепипеда и площади его диагональных сечений, если площадь его боковой поверхности равна 220 дм^2.
3. Дан прямой параллелепипед АВСД $A_1B_1C_1Д_1$, в котором В $Д_1$ перпендикулярно A_1C. Найдите его объем, если $ВД_1$ = 6 см, A_1C = 8см АВ = 3 см

Критерии оценки:
«5» - ставится за три верно решенные задачи;
«4» - ставится за две верно решенные задачи;
«3» - ставится за одну верно решенную задачу;
«2» - менее одной задачи.
Литература.
Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Геометрия, 10–11: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. 21-е изд. М.: Просвещение, 2012. 255с.: ил.

Тема 5.3. Тела и поверхности вращения

Практическая работа № 25

Объемы и поверхности тел вращения.

Цель: контроль и закрепление знаний, умений, навыков студентов по теме объёмы и поверхности тел вращения.

Задания к практической работе.

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Найдите полную и боковую поверхности цилиндра, длину диагонали осевого сечения, объем цилиндра, если радиус основания равны 4см, а высота равна 6см.	1. Космический корабль имеет форму цилиндра высотой 7м и радиусом 3м, который с одной стороны завершен полусферой, а с другой – конусом высотой 4м. Найдите объем космического корабля.
2. Высота и радиус конуса равны 5 см. Найдите длину образующей и боковую поверхность конуса.	2. Угол между двумя образующими конуса – 60°, а угол между радиусами, проведёнными к основаниям образующих – 90°, радиус основания – 1см. Найдите объем конуса, полную поверхность конуса.
3. Определите радиус шара, если его объем равен 4,4 π *мм*^{3}.	3. Найдите объем и полную поверхность шара , радиус которого 2 см.

Критерии оценки: «5» ставится за 3 верно решенных задания;
«4» ставится за 2 верно решенных задания;
«3» ставится за 1 верно решенное задание;
«2» – если решено менее 1 задания.
Литература.

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Геометрия, 10–11: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. 21-е изд. М.: Просвещение, 2012. 255с.: ил.

Раздел 6. Начала математического анализа.
Тема 6.1. Последовательности.

Практическая работа № 26
Предел функции.

Цель: способствовать закреплению навыков вычисления пределов.
Функцию y=f(x) называют непрерывной в точке x=a, если выполняется тождество:

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

Функцию y = f(x) называют непрерывной в точке x = a, если предел функции при x→ a равен значению функции в точке x = a.
Функция непрерывна на отрезке [a, b], если она непрерывна в каждой точке отрезка.
Пример 1. Вычислить: $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^3-2x^2+5x+3\right)$.

Решение. Выражение $x^3 - 2x^2 + 5x + 3$ определено в любой точке x, в частности, в точке $x = 1$. Следовательно, функция $y = x^3 - 2x^2 + 5x + 3$ непрерывна в точке $x = 1$, а потому предел функции при стремлении x к 1 равен значению функции в точке $x = 1$.

Имеем: $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^3-2x^2+5x+3\right)=1^3-2\cdot 1^2+5\cdot 1+3=7$.

Ответ: *7*.
Для решения следующего примера нам потребуются правила вычисления предела функции в точке.
Правило 1. $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)+g(x)\right)=\lim\limits_{x\to a} f(x)+\lim\limits_{x\to a} g(x)$.

Правило 2. $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)\cdot g(x)\right)=\lim\limits_{x\to a} f(x)\cdot\lim\limits_{x\to a} g(x)$.

Правило 3. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim\limits_{x\to a}f(x)}{\lim\limits_{x\to a}g(x)}$.

Пример 2. Вычислить $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{2x+3}{4x+2}$.

Выражение $f(x)=\dfrac{2x+3}{4x+2}$ определено в любой точке $x\neq-\dfrac{1}{2}$, в частности, в точке $x=\dfrac{1}{2}$. Следовательно, функция $y=f(x)$ непрерывна в точке $x=\dfrac{1}{2}$, значит предел функции при стремлении x к $\dfrac{1}{2}$ равен значению функции в точке $x=\dfrac{1}{2}$. Имеем:

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x+3}{4x+2}=\frac{\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}(2x+3)}{\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}(4x+2)}=\frac{2\cdot\frac{1}{2}+3}{4\cdot\frac{1}{2}+2}=\frac{1+3}{2+2}=1.$$

Ответ: *1*.

Задания к практической работе.

№	Вариант 1	Вариант 2
1.	$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{2x+3}{4x+2}$	$\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}\dfrac{7x-14}{21x+2}$
2.	$\lim\limits_{x\to1}\left(x^2-3x+5\right)$	$\lim\limits_{x\to-1}\left(x^2+6x-8\right)$
3.	$\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2-9}{4x+12}$	$\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-3x}{x-3}$
4.	$\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x+1}{x^2+x}$	$\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x+5}{x^2+5x}$
5.	Вычислите предел при $x\to\infty$ $\dfrac{x^2+x-8}{6x^2-5x+2}$	Вычислите предел при $x\to\infty$ $\dfrac{x^2+x-2}{x^5-3x+6}$

Критерии оценки:

«5» - ставится за 5 верно выполненных заданий;
«4» - ставится за 4 верно сделанных задания;
«3» - ставится за 3 верно выполненных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.

Тема 6.2. Производная и её применение.

Практическая работа № 27

Производная. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков вычисления производных.

Пояснения к работе.

1. *Определение*. Производной функции $y = f(x)$ в точке x называется предел отношения приращения функции (Δy) в этой точке к приращению аргумента (Δx), когда Δx стремится к 0. Обозначение: $f'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$

Производная функции $y = f(x)$, в точке x_0, выражает скорость изменения функции в этой точке.

2. Если функция задана законом прямолинейного движения S = S(t), то S' (t) –?
Скорость движения в момент времени t - это производная по перемещению S' (t) = v(t)

3. Что есть вторая производная от закона движения?
Скорость изменения скорости этого движения, т.е. ускорение a(t) = v' (t) = S' ' (t).

С физической точки зрения дифференцирование – определение скорости изменения переменной величины. Производная, таким образом, играет роль скорости изменения зависимой переменной y по отношению к изменению независимой переменной x.

Выясняем формулы из физики, где используется производная.

- ✓ υ(t) = x'(t) – скорость.
- ✓ a(t) = υ'(t) – ускорение.
- ✓ I(t) = q'(t) – сила тока.
- ✓ c(t) = Q'(t) – теплоемкость.
- ✓ d(l) = m'(l) – линейная плотность.
- ✓ K(t) = l'(t) – коэффициент линейного расширения.
- ✓ ω(t) = φ'(t) – угловая скорость.
- ✓ e(t) = ω'(t) – угловое ускорение.

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие мощности.

- ✓ N(t) = A'(t) – мощность.
- ✓ F(x)= A'(x) – Сила есть производная работы по перемещению.
- ✓ E = Ф'(t) – ЭДС индукции F = p'(t) – 2 закон Ньютона.

Примеры применения производной в физике	
Задача	Решение
Тело массой 4 кг движется прямолинейно по закону $x(t)=t^2+t+1$. 1. Какова кинетическая энергия тела в конце 3 сек. после начала движения тела? 2. Какова сила, действующая на тело?	1. $W_к = (m \cdot v^2)/2$ x ' (t) = v (t) = 2t+1, v (3) = 7, a(t)= v' (t) = 2, $W_к = (4 \cdot 7^2)/2=98$ 2. F = ma, a(t) = v' (t) = x' ' (t), x ' (t) = v (t) = 2t+1, a(t)= v' (t) = 2, F = ma = 4·2 = 8 Н.
Угол поворота тела вокруг оси изменяется по закону *$\varphi(t)=0{,}1t^2-0{,}5t+0{,}2$*. Найти угловую скорость вращения тела в момент времени t=20с.	ω(t) = φ'(t) φ'(t) = 0,2t-0,5 ω(t) = 0,2t-0,5 ω(20) = 3,5
Для любой точки С стержня АВ длиной 10 см, масса куска стержня АС определяется по формуле $m(l)=3l^2+5l$. Найти линейную плотность стержня в середине отрезка АВ, в конце отрезка.	d(l) = m'(l) m'(l) = 6l+5 d(l) = 6l+5 d(5) = 6·5+5=35 – в середине отрезка d(10) = 6·10+5=65 – в конце отрезка
Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с момента времени t=0, задаётся формулой $q=3t^2-3t+4$. Найти силу тока в конце 6-й секунды.	I(t) = q'(t) q'(t) = 6t-3 I(t) = 6t-3 I(6) = 6·6-3=33

Таблица производных

f(x)	f $'(x)$	f (x)	f $'(x)$
k ·f	k $\cdot f$	x^n	n· x^{n-1}

f $(kx+b)$	k$\cdot f(kx+b)$	$\sin x$	$\cos x$
f + g	f + g	$\cos x$	-$\sin x$
f $\cdot g$	f $'\cdot g+f\cdot g'$	tg x	$\frac{1}{cos^2 x}$
$\frac{f}{g}$	$\frac{f'\,g-f\,g'}{g^2}$	e^x	e^x
C	0	a^x	$a^x\ \ln a$
x	1	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\log_a x$	$\frac{1}{x\ \ln a}$

Задания к практической работе.

Найдите производную функции.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
$y=2x^2-x$**3.1**	$y=x^2-5x$**3.6**	$y=2x-5x^2$**3.11**
$y=\frac{1}{3}x^3-1{,}5x^2-4x$**3.2**	$y=-\frac{2}{3}x^3+x^2+12$**3.7**	$y=x^5-\frac{10}{3}x^3+5x$**3.12**
$y=4x-3x^2$**3.3**	$y=x^4+4x$**3.8**	$y=x^4-12x^2$**3.13**
$y=x^3+1.5x^2$**3.4**	$y=4x-\frac{1}{3}x^3$**3.9**	$y=2x^4-x^8$**3.14**
$y=x^3-6x^2-63x$**3.5**	$y=\frac{2}{3}x^3-8x$**3.10**	$y=3x-5x^2+x^3$**3.15**

Найти необходимые величины.

1.1 $S(t)=2t^4+3t^2-t+\sqrt{t^3}$ $v(t),\ a(t)$-?	1.6 $S(t)=12t^2-(2/3)t^3$ $v(t),\ a(t)$-?	1.11 $S(t)=21t+2t^2-(1/3)t^3$ $v(t),\ a(t)$-?
1.2 $S(t)=5\sin(3t+1)$, $v(t)$-?	1.7 $S(t)=6\cos(0{,}5t-4)$, $v(t)$-?	1.12 $S(t)=0{,}5\sin(4t+2)$, $v(t)$-?
1.3 $x(t)=-4t^2+2t+2$, $v(1)$-?	1.8 $x(t)=\sqrt{t}+2t^2-3t+2$, $v(25)$-?	1.13 $x(t)=(-1/3)t^3+2t^2+5t$, $v(2)$-?
1.4 $x(t)=t^3-4t^2$, $a(5)$ -?	1.9 $x(t)=0{,}25t^4-2t^2$, $a(1)$ -?	1.14 $x(t)=t^5+3t^2-1$, $a(2)$ -?
1.5 $x(t)=(-1/6)t^3+3t^2-5$, *найти t, когда a(t)=0*	1.10 $x(t)=2t^3+t-1$, *найти t, когда a(t)=2*	1.15 $x(t)=(-1/3)t^3+2t^2+5t$, *найти t, когда v(t)=0*

Критерии оценки:
«5» ставится за 8-10 верно решенных заданий;
«4» ставится за 7-6 верно решенных задания;
«3» ставится за 5 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 5 заданий.

Тема 6.2. Производная и её применение.

Практическая работа № 28.
Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, произведения, частного.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков вычисления производных.

Задания к практической работе.

1.1 $y=12x^5-\frac{2}{3}x^3+5x^2-7$	**1.6** $y=2e^x+3x^3$	**1.11** $f(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{16}{3}x^3$
$y=xe^x$ **1.2**	**1.7** $f(x)=\frac{1-4x}{2x+1}$	$y=\frac{\sin 3x}{2x+3}$ **1.12**
1.3 $y=e^x(\sin x+\cos x)$	**1.8** $y=\sqrt[3]{x^2}\sin x\ln x$	**1.13** $y=4x^3\sin x$
$y=(x^4-3)(x^2+2)$ **1.4**	**1.9** $y=(x+2)(x^2+2x^3+6)$	$y=(x^5-x)e^x$ **1.14**
1.5 $y=\frac{2}{(1-x^2)(1+x^4)}$	**1.10** $y=\frac{1-x^3}{1-x^5}$	**1.15** $y=\frac{arctg\,x}{\arcsin x}$
$y=4x^5+2e^x-\frac{x^2+3x}{2x^3-x^2}$	$y=5x^2-4e^x+\frac{x^3+2x}{x^2+2x^4}$	$y=\frac{1}{3}x^6+7e^x-\frac{3x-x^2}{x^3+x}$

Критерии оценки:
«5» ставится за 5 верно решенных заданий;
«4» ставится за 4 верно решенных задания;
«3» ставится за 3 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.
Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 6.2. Производная и её применение.

Практическая работа № 29.
Нахождение максимума и минимума на отрезке.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков исследования функций и построения графиков.

Пояснения к работе: При построении графиков функций с помощью производных придерживаются такого плана:

1) Находят область определения функции и определяют точки разрыва, если они имеются.
2) Выясняют, не является ли функция четной или нечетной; проверяют её на периодичность;
3) Определяют точки пересечения графика функции с координатными осями, если это возможно;

4) Находят критические точки функции;
5) Определяют промежутки монотонности и экстремумы функции.
6) Используя результаты исследования, соединяют полученные точки плавной кривой. Иногда для большей точности графика находят несколько дополнительных точек; их координаты вычисляют, пользуясь уравнением кривой.

Пример. Исследовать функцию и построить график: у = $x^2 + 2x - 3$

1. Функция определена на интервале $(-\infty;\infty)$. Точек разрыва нет.
2. Функция не является ни четной, ни нечетной, т.к.$y(-x) \neq y(x)$ и $y(-x) \neq -y(x)$.
3. Найдём точки пересечения графика функции с координатными осями. Если у=0, то $x^2 + 2x - 3 = 0$, откуда $x = -1 \pm \sqrt{1+3} = -1 \pm 2.$ т.е. $x_1 = -3,\ x_2 = 1$. Значит, кривая пересекает ось абсцисс в точках (-3;0) и (1;0). Если $x = 0$, то у = - 3, т. е. кривая пересекает ось ординат в точке (0;-3).
4. Найдём критические точки функции. Имеем y' = 2x+2, 2x + 2 = 0, $2 \cdot (x+1) = 0,\ \ x = -1$.
5. Область определения функции разделится на промежутки $(-\infty;-1)$ и $(-1;\infty)$.Знаки производной $y'(x)$ в каждом промежутке можно найти непосредственно подстановкой точки из рассматриваемого промежутка. Так, $y'(-2x) = -2 < 0,\ y'(2) = 2 > 0$. Следовательно, в промежутке (-∞;-1) функция убывает, а в промежутке (-1;∞) возрастает. При x = - 1 функция имеет минимум, равный $y(-1) = y_{min} = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$.

Составим таблицу; строим график.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;\infty)$
$y'(x)$	-	0	+
$y(x)$	↘	$y_{min} = -4$	↗

.

Задания к практической работе.

Вариант 1	Вариант 2
1. Исследуйте функцию и $y(x) = 6x - 2x^3 + 1$	постройте график. $y(x) = x^3 - 12x - 1$
2. $y(x) = 4x^2 - x^4$	2. $y(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2$
3.$y(x) = \frac{x^3}{3-x^2}$	3.$y(x) = \frac{x}{x-1}$

Критерии оценки:
«5» ставится за 3 верно решенных заданий;
«4» ставится за 2 верно решенных задания;
«3» ставится за 1 верно решенных задание;
«2» - если решено менее 1 задания

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 6.3 Интеграл и его применение.

Практическая работа № 30
Решение интегралов, используя различные методы.

- **Цели:** Овладеть умением применения первообразной функции при решении вычислительных задач.

Задания к практической работе.

1. **Найти неопределённый интеграл, использую таблицу интегралов.**

1.1 $\int (x^3+2x^2-5)dx$	**1.6** $\int (4x^2+x^5+3)dx$	**1.11** $\int (6x^5-2x^3+x-1)dx$
1.2 $\int (\frac{5}{3}x^4-x^6+4x-8)dx$	**1.7** $\int (x^3+\frac{3}{2}x^2-x^4)dx$	**1.12** $\int (\frac{16}{3}x^3+2x^2+x)dx$
1.3 $\int \sqrt{x^5}\,dx$	**1.8** $\int \sqrt{x^7}\,dx$	**1.13** $\int \sqrt{x^6}\,dx$
1.4 $\int (\sqrt[3]{x^4}+x^6)dx$	**1.9** $\int (\sqrt[4]{x^5}+\frac{1}{2}x^3)dx$	**1.14** $\int (\sqrt[3]{x^4}-5x^3)dx$
1.5 $\int (x^4+\sqrt[3]{x^2}+3x^2)dx$	**1.10** $\int (\sqrt{x}+2\sqrt[4]{x^3}+9x^2)dx$	**1.15** $\int (4x^7-\sqrt{x}+\sqrt[5]{x^6})dx$

2. Неопределённый интеграл, использую таблицу интегралов.

2.1 $\int (4cosx+2sinx)dx$	**2.6** $\int \left(\frac{1}{x}+3e^x\right)dx$	**2.11** $\int (\frac{4}{cos^2x}-2e^x)dx$
2.2 $\int (\frac{5}{x^3}+\frac{1}{sin^2x})dx$	**2.7** $\int (\frac{2}{x^5}-3cosx)dx$	**2.12** $\int \left(2e^x-\frac{8}{x}\right)dx$
2.3 $\int \frac{dx}{1+sin^2x}$	**2.8** $\int \sqrt{(1-cos2x)}\ dx$	**2.13** $\int tg^2xdx$
2.4 $\int \frac{x^2-4}{x+2}dx$	**2.9** $\int \frac{2x^2+3x-2}{x+2}dx$	**2.14** $\int \frac{x^2+2x-15}{x-3}dx$
2.5 $\int \frac{3x^2+x^7}{x^2}dx$	**2.10** $\int \frac{x^2+7x+12}{x(x+3)}dx$	**2.15** $\int \frac{x-1}{x^2-x}dx$

3. Найти неопределённый интеграл методом подстановки.

3.1 $\int (4x-2)^3dx$	**3.6** $\int (8x+1)^5dx$	**3.11** $\int (3-5x)^6dx$
3.2 $\int \frac{5}{2x-7}dx$	**3.7** $\int \frac{4}{2+7x}dx$	**3.12** $\int \frac{2}{4x-8}dx$
3.3 $\int \sin\left(5x-\frac{\pi}{3}\right)dx$	**3.8** $\int 3\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)dx$	**3.13** $\int 4\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)dx$

Критерии оценки:
«5» ставится за 8-10 верно решенных заданий;
«4» ставится за 6-7 верно решенных заданий;
«3» ставится за 4-5 верно решенных заданий;
«2» - если решено менее 4 заданий

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 6.3 Интеграл и его применение.

Практическая работа № 31

Применение формулы Ньютона-Лейбница.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков вычисления площади криволинейной трапеции.

Если $f(x) \geq 0$ на отрезке $[a, b]$, то площадь S соответствующей криволинейной трапеции вычисляется по формуле **Ньютона – Лейбница:**

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

Пример. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 1$, $y = -x^2 - 2x + 3$.

Найдем точки пересечения этих двух линий:

$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases}$$

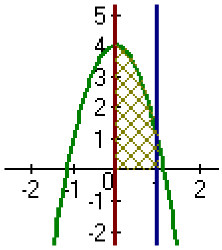
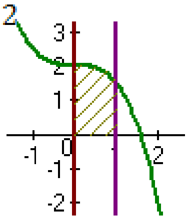
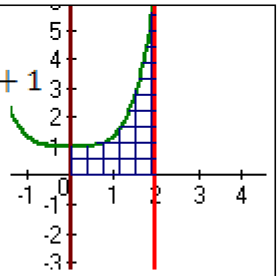
$x_1 = 1,\ x_2 = -2$

$$S = \int_{-2}^{1}\left(\left(-x^2 - 2x + 3\right) - \left(x^2 - 1\right)dx\right) = \int_{-2}^{1}\left(-2x^2 - 2x + 4\right)dx = \left(-\frac{2x^3}{3} - x^2 + 4x\right)\Bigg|_{-2}^{1} = \frac{31}{3}.$$

Задания к практической работе.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1.1 $\int_{-1}^{2} 25x^4 dx$	**1.6** $\int_{-1}^{2} 8x^3 dx$	**1.11** $\int_{-1}^{2} 64x^7 dx$
$\int_0^1 (2x^2 + x - 1)dx$ **1.2**	**1.7** $\int_0^2 (x^3 - 1)dx$	**1.12** $\int_0^4 (3 + x^3)dx$
1.3 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2cosxdx$	**1.8** $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2x}$	**1.13** $\int_0^{\frac{\pi}{3}} sinxdx$
1.4 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2x}$	**1.9** $\int_0^4 \frac{dx}{16 + x^2}$	**1.14** $\int_1^2 \frac{2dx}{x}$
1.5 $\int_1^2 \frac{dx}{(2x+1)^2}$	**1.10** $\int_0^{\pi} cos\frac{x}{2}dx$	**1.15** $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} sin2xdx$

4. Вычислить площадь плоской фигуры с помощью формулы Ньютона – Лейбница.

4.1.1  $y = -3x^2 + 4$ $x = 0$ $x = 1$ $y = 0$	4.1.2 $y = -\frac{1}{2}x^3 + 2$ $y = 0$ $x = 1$ 	4.1.3 $y = \frac{1}{3}x^4 + 1$ $x = 0$ $x = 2$ $y = 0$ 

Критерии оценки:
«5» - ставится за 6 верно выполненных заданий;
«4» - ставится за 5-4 верно сделанных задания;
«3» - ставится за 3 верно выполненных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 6.3 Интеграл и его применение.

Практическая работа № 32

Вычисление площадей криволинейных трапеций.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков вычисления площади криволинейной трапеции.

Пояснения к работе: $S_{\text{кр.тр.}} = \int_a^b f(x)\,dx$ (1)

План выполнения работы.
1. Постройте фигуру по заданным условиям.
2. Составьте интеграл по формуле (1)
3. Вычислите интеграл.

Пример: Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 5$ и $y = x + 3$.
Решение: Найдём абсциссы точек пересечения параболы $y = -x^2 + 5$ и прямой $y = x + 3$. Для этого решим систему: $\begin{cases} y = -x^2 + 5 \\ y = x + 3 \end{cases}$, откуда $x_1 = -2$, $x_2 = 1$.
Найдём площадь S_1 фигуры, ограниченной параболой $y = -x^2 + 5$, прямыми $x = -2$, $x = 1$ и $y = 0$. Получим $S_1 = \int_{-2}^{1}(-x^2 + 5)dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 5x\right)\Big[_{-2}^{1} = 12$ (кв.ед.). Найдём площадь S_2 фигуры, ограниченной прямыми $y = x + 3$, $x = -2$, $x = 1$ и $y = 0$. $S_2 = \int_{-2}^{1}(x + 3)dx = \left(\frac{x^2}{2} + 3x\right)\Big[_{-2}^{1} = 7{,}5$ (кв.ед.). Площадь искомой фигуры есть $S = S_1 - S_2 = 12 - 7{,}5 = 4{,}5$(кв.ед.).

Задания к практической работе.

Вариант 1	Вариант 2
Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:	
1. $y = x^2 - 2x + 2$, $x = -1$, $x = 2$, ось OX.	1. $y^2 = 9x$, $x = 16$, $x = 25$, $y = 0$.
2. $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$.	2. $y = 2\sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$.

3. x-y-1=0, x=-4, x=-2, y=0.	3. y = $-x^2 - 1$, x = 1, x = 4, y = 0.
4. $y = e^x$, $y = e^{-x}$	4. $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$, $1 \le x \le e$
5. $y = 1 + \sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2\pi$	5. $y = x^3$ и $x = 2$

Критерии оценки:

«5» ставится за 5 верно решенных заданий;
«4» ставится за 4 верно решенных задания;
«3» ставится за 3 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 3 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Раздел 7 Элементы теории вероятностей и математической статистики
Тема 7.1. Элементы теории вероятностей

Практическая работа № 33

Решение задач на сложение и умножение вероятностей.

Цель: контроль и закрепление знаний, умений, навыков студентов по теме теория вероятности.

I часть	Факториал	Перестановки	Размещения	Сочетания
а) Дать определение				
б) Записать формулу	n! = …	$P_n = \dots$	$A_m^n = \dots$	$C_m^n = \dots$
в) Вычислить	$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \dots$	$P_n = \dots$	$A_{10}^8 = \cdots$	$C_6^4 = \dots$

II часть

а) Решите уравнение: $A_n^5 = 30A_{n-2}^4$; б) Решите систему уравнений: $\begin{cases} C_m^n = C_m^{n+1} \\ A_m^2 = 20 \end{cases}$

III часть

1. В урне находятся 20 черных и 15 белых шаров. Наудачу вынимается 1 шар, который оказался белым. После этого берут еще один шар. Найдите вероятность того, что этот шар тоже окажется белым.
2. Найдите вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 4, либо 5, либо тому и другому одновременно.

Критерии оценки: «5» ставится за все верно решенные задания;
«4» ставится за I и II части вместе; за I и III части вместе;
«3» ставится за II или III часть;
«2» – в остальных случаях.

Литература:

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Раздел 8 УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА.
Тема 8.1Уравнения и системы уравнений. Неравенства и системы неравенств с двумя переменными.

Практическая работа № 34

Основные приемы решения уравнений и неравенств. Способ введения новых переменных.

Цель: закрепление знаний, отработка навыков решения уравнений.

Пояснения к работе: Общие приёмы решения уравнений:

1. Разложение на множители. *Пример*. $(x^2-1)\cdot\sqrt{2x-1}=0$

Решение. $(x^2-1)\cdot\sqrt{2x-1}=0$ ОДЗ: 2x-1 ≥ 0, $x \geq 0{,}5$

$(x^2-1)\cdot\sqrt{2x-1}=0$; $\left[\begin{array}{l} x^2-1=0 \\ 2x-1=0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=\pm1 \\ x=0{,}5 \end{array}\right.$ x = - 1 - не входит в ОДЗ. Ответ: 0,5; 1

2. Замена переменной. *Пример*. $3^{2x^2}-12\cdot3^{x^2}+27=0$

Решение. Пусть $3^{x^2}=y$, тогда $3^{2x^2}=\left(3^{x^2}\right)^2=y^2$. Подставив в исходное уравнение, получаем: y^2 - 12 y + 27 = 0$\Leftrightarrow y_1=3, y_2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{x^2}=3 \\ 3^{x^2}=9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm1 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$ 3. Использование свойств функций.

Пример. Решите уравнение: $\sqrt{x-7}+\sqrt[3]{x}=3$.

Решение. ОДЗ: x - 7≥ 0, $x\geq 7$. $\sqrt{x-7}+\sqrt[3]{x}=3$; $\sqrt{x-7}=3-\sqrt[3]{x}$. Если $x\geq 7$, то $f(x)=\sqrt{x-7}$ - возрастает, а $g(x)=3-\sqrt[3]{x}$ - убывает, следовательно, уравнение $\sqrt{x-7}+\sqrt[3]{x}=3$ имеет единственный корень, x = 8. ответ: 8.

Задания к практической работе.

Вариант 1	**Вариант 2**
Решите	уравнения:
1. $\frac{x}{2x+8}=\frac{1}{x}$	1. $\frac{2x-3}{2}=\frac{1}{x}$
2. $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+10}=4$	2. $\sqrt{x+3}+\sqrt{2x-5}+3=0$
3. $9x^2+10x+1=0$	3. $5x^2-x+2{,}5=0$
4. $2^{x+3}+2^x=72$	4. $9^x-8\cdot3^x-9=0$
5. $\log_3(x^2-5x+9)=2$	5. $\log_3(x^2+4x+8)-3=0$
6. $2sin^2x+\sin x-1=0$	6. $\cos 2x+\cos 10x=0$
7. $\begin{cases} 5x+3y=31 \\ 3x+4y=23 \end{cases}$	7. $\begin{cases} \frac{x}{2}-\frac{y}{5}=4 \\ 3x+7y=65 \end{cases}$
8. $\begin{cases} x^2-y^2=5 \\ x^2-xy+y^2=7 \end{cases}$	8. $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x\cdot y=12 \end{cases}$

Критерии оценки:

«5» - ставится за 7-8 верно выполненных заданий;

«4» - ставится за 5-6 верно выполненных задания;

«3» - за 3-4 верно выполненных задания;

«2» - менее трёх заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

Тема 8.1Уравнения и системы уравнений Неравенства и системы неравенств с двумя переменными.

Практическая работа № 35

Решение иррациональных уравнений.

Иррациональные уравнения.

Цель*:* закрепление знаний, отработка навыков решения иррациональных уравнений.

Пояснения к работе: Определение. Иррациональным называется уравнение, содержащее переменную под знаком корня.

Методы решения: 1) возведение в степень обеих частей уравнения;
2) введение новой переменной (замена переменной).
Замечание: при возведении обеих частей уравнения в четную степень возможно появление посторонних корней. В этом случае обязательна проверка найденных корней подстановкой в исходное уравнение.
Пример. Решить уравнение: $\sqrt{4x+8}-\sqrt{3x-2}=2.$
Решение: Возводим обе части уравнения в квадрат. $\left(\sqrt{4x+8}-\sqrt{3x-2}\right)^2=2^2$;
$4x+8-2\sqrt{4x+8}\cdot\sqrt{3x-2}+3x-2=4$; $7x+2=2\sqrt{4x+8}\cdot\sqrt{3x-2}.$
Возводим еще раз в квадрат: $(7x+2)^2=\left(2\sqrt{4x+8}\cdot\sqrt{3x-2}\right)^2$;
$49x^2+28x+4=4\cdot\left((4x+8)\cdot(3x-2)\right)$;
$49x^2+28x+4=4\cdot(12x^2-8x+24x-16)$;
$x^2-36x+68=0.$
Найдя корни квадратного уравнения получим: $x_1=34$; $x_2=2.$
Проверка: $x_1=34$: $\sqrt{4\cdot34+8}-\sqrt{3\cdot34-2}=\sqrt{144}-\sqrt{100}=4-2=2.$ $x_2=2$: $\sqrt{4\cdot2+8}-\sqrt{3\cdot2-2}=\sqrt{16}-\sqrt{4}=4-2=2.$ Ответ: $x_1=34$; $x_2=2.$
Задания к практической работе.

Вариант 1	**Вариант 2**
1. $7\sqrt{x}-2x+15=0$	1.:$\sqrt{x+2}-\frac{2}{\sqrt{x+2}}=1$
2. $\sqrt{x^2+3x+5}=3$	2. $5=\sqrt{x^2-4x+20}$
3. $\sqrt{5x-1}=\sqrt{3x+19}$	3. $\sqrt{7x+1}=x-1$
4. $\begin{cases}\sqrt{3y-2x-2}=1\\\sqrt{4x-2y+3}=2\end{cases}$	4. $\begin{cases}\sqrt{2x-3y+2}=3\\\sqrt{3x+2y-5}=2\end{cases}$

Критерии оценки:
«5» ставится за 4 верно решенных задания;
«4» ставится за 3 верно решенных задания;
«3» ставится за 2 верно решенных задания;
«2» - если решено менее 2 заданий.
Литература.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.
Тема 8.1. Уравнения и системы уравнений Неравенства и системы неравенств с двумя переменными

Практическая работа № 36
Решение иррациональных неравенств.

Цель: способствовать закреплению навыков решения иррациональных неравенств.
Всякое неравенство, в состав которого входит функция, стоящая под корнем, называется иррациональным.
Иррациональное неравенство вида $\sqrt{f(x)}\le g(x)$
Равносильно системе неравенств:
$$\begin{cases}f(x)\le g^2(x)\\f(x)\ge 0\\g(x)\ge 0\end{cases}$$
Давайте рассмотрим, откуда берется такая система:
1. $f(x)\le g^2(x)$. Это исходное неравенство, возведенное в квадрат.

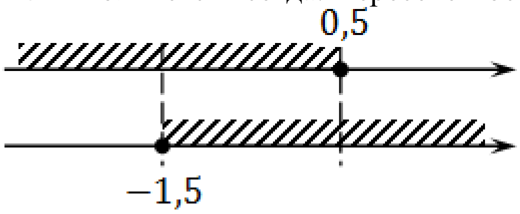
2. $f(x) \geq 0$ — это ОДЗ корня: арифметический квадратный корень существует только из *неотрицательного* числа.
3. $g(x) \geq 0$ — это область значений корня.

Задача. Решите неравенство:

$$\sqrt{2x+3} \leq 2$$

$$\sqrt{2x+3} \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x+3 \leq 4 \\ 2x+3 \geq 0 \\ 2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 1 \\ 2x \geq -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 0{,}5 \\ x \geq -1{,}5 \end{cases}$$

Из трех неравенств к концу решения осталось только два. Потому что неравенство $2 \geq 0$ выполняется всегда. Пересечем оставшиеся неравенства:



Итак, $x \in [-1{,}5; 0{,}5]$. Все точки закрашены, поскольку *неравенства нестрогие.*

Задания к практической работе.

№	Вариант 1	Вариант 2
	Решить неравенства:	
1.	$\sqrt{x-2} \geq 2;$	$\sqrt{x-2} > 3;$
2.	2) $\sqrt{2+x-x^2} \leq 0;$	2) $\sqrt{3-x} < 5;$
3.	3) $\sqrt{4x^2+8x-3} < 0;$	3) $\sqrt{2x^2+3x-2} > 0;$
4.	4) $\sqrt{1+3x} \leq 1-x;$	4) $\sqrt{2+x-x^2} > -1;$
5.	5) $\sqrt{x+3} > x+1$	5) $\sqrt{x+1} < x-1;$

Критерии оценки:

«5» - ставится за 5 верно выполненных заданий;

«4» - ставится за 4 верно сделанных задания;

«3» - ставится за 3 верно выполненных задания;

«2» - если решено менее 3 заданий.

Литература.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.

Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Для студентов и обучающихся

Башмаков М. И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. —М., 2014.

Башмаков М. И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. Пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Для преподавателей

Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

Приказ Министерства образования и науки РФ от 17.05.2012 № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования».

Приказ Министерства образования и науки РФ от 29.12.2014 № 1645 «О внесении изменений в Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 № 413 «“Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования”».

Письмо Департамента государственной политики в сфере подготовки рабочих кадров и ДПО Министерства образования и науки РФ от 17.03.2015 № 06-259 «Рекомендации по организации получения среднего общего образования в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования с учетом требований федеральных государственных образовательных стандартов и получаемой профессии или специальности среднего профессионального образования».

Башмаков М. И. Математика: кн. для преподавателя: метод. пособие. — М., 2014

Интернет-ресурсы

www.fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).

www.school-collection.edu.ru (Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов).